BA'ZI NOSTANDART TENGSIZLIKLARNI YECHISH USULLARI

Mardonova Sitora O'tkir qizi
Navoiy Davlat Pedagogika Institutining Matematika-informatika fakulteti
Matematika va informatika yo'nalishi 2-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqola minimum va maksimum tengsizliklarni, Koshi Bunyakovskiy tengsizligi hamda o'rta arifmetik va o'rta geometrik miqdorlar orasidagi munosabatlardan foydalanib isbotlash haqida.

Kalit so'zlar: Koshi Bunyakovskiy tengsizligi, o'rta arifmetik miqdorlar, o'rta geometrik miqdorlar.

Bugungi kunda mamlakatimizda matematika fanining taraqqiyoti hamda uni o'qitishning sifati malakali kadrlarni tayorlashda va ishlab chiqarish sohalarini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega ekanligi ta'kidlanmoqda. Jumladan, Prezidentimiz Sh.M.Mirziyoyevning 2020-yil 7-maydagi "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to'g'risida" nomli PQ-4708 qarorida Ta'limning barcha bosqichlarida matamatika fanini o'qitish tizimini yanada takomillashtirish va matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish bo'yicha dolzarb vazifalar belgilabberilgan.

Matematikaga iqtidorli o'quvchi va talabalarning bilimlarini matematika to'gara-gi va boshqa darsdan tashqari mashg'ulotlarda mustahkamlash va turli mazmundagi masalalarni yechishga qo'llay olish ko'nikmalarini tarbiyalash matematik rivojla-nishdagi muhim bosqichlardan biri hisoblanadi. Shu maqsadda quyida maqola mavzusi doirasida nostandart usullar yordamida yechishga oid ba'zi masalalarni tadqiq qilamiz. Shuningdek, bu kabi konkurs masalalar ishlarda ham o'rganilgan.

1.Tenglama va tengsizliklarni yechishda funksiya monotonligidan foydalanish.

Dar haqiqat shuni aytib o'tishimiz joizki, isbotlanishi talab etiladigan tengsizliklarning juda ham ko'plab turlari mavjud. Men ushbu maqola orqali sizlarga minimum va maksimum tengsizliklarni isbotlashning bir necha usullarini taqdim etmoqchiman.

1. Keling, biz bir ixtiyoriy tengsizlik olaylik. Aytaylik, shu tengsizlik quyidagi ko'rinishda bo'lsin.2 2 2 ,3(x - y)2 3(y - z)2 3(z - x)2, x2 + y2 + z2 -xy-yz-zx > maxp-¿2—-^-^^^.}4 va bu yerdagi x,y,z lar haqiqiy sonlar deb qarab, ushbu tengsizlikning o'rinli ekanligini isbotlasak.

ISBOT: Umumiylikka zarar yetkazmasdan * - y > z deb olishimiz ham mumkin. 3(x - y)2 3(y - z)2 3(z - x)2 Bundan esa, Max { 4 4 4 } ekanligi osongina kelib chiqadi.2 2 3(z - x)2 x + y + z -xy-yz-zx> Demak, (1) tengsizlik, aynan 4 tengsizlikka teng kuchli ekan. Endi ushbu tengsizliklarning chap tomonini ikkiga ko'paytirib, soddalashtiramiz.2(x2 + y2 + z2 - xy - yz - zx) = 2x2 + 2y2 + 2z2 - 2xy - 2yz - 2zx = x2 + x2 + +y2+y2 + z2 + z2 - 2xy - 2yz - 2zx = (x2 - 2xy+y2) + (y2 - 2yz+z2) +1 + (z2 - 2zx+x2) = (x - y)2 + (y - z)2 + (z - x)2 2(x2 + y2 + z2 - xy - yz - zx) = (x - y)2 + (y - z)2 + (z - x)2 2 X + y + z - xy - yz - zx = (x - y)2 + (y - z)2 + (z - x)2 2(x - y)2 + (y - z)2 + (z - x)2 > 3(z - x)2 Ayniyatdan foydalansak, 2 4 (x -y)2 + (y - z)2 + (z - x)2 >-(z - x)22K ' (2)shu tengsizlikni isbotlash yetarli.Agar a=x-y , b=y-z deb belgilash kiritib olsak, (2) tengsizlikning ko'rinishi-a2 + Ъ2 + (y - b - y - a)2 >-(-(a + b))2no'zgaradi. (z=y-b , x=y+a) 23 a2 + Ъ + (a + b)2 >-(a + b)2.l0h2^,2 , 1.2 , r , — (, г.\22 (a + b) 2a2 + 2b2 + 2(a2 + 2ab+b2) > 3(a2 + 2ab+bz) 2a2 + 2b2 + 2a2 + 4ab + 2b2 > 3a2 + 6ab + 3b2 a2 - 2ab + b2 > 0 (a - b) > 0 Ko'rinishga keldi, albatta bu ifoda musbat. Isbotlandi.

2. Agar a,b,c,d musbat sonlar uchun abcd=1 tenglik o'rinli bo'lsa, u holda 3 + b3 + c3 + d3 > max{a + b + c + d; — + - + - + —} a b c d tengsizlikni isbotlang.

ISBOT: Bu tengsizlikni isbotlash uchun a3 + b3 + c3 + d3 > a + b + c + d(3) „3 , Z.3 , „3 , 1 1 1 1 a + b + c + d + —a b c d (4) tengsizliklarning har ikkalasini ham isbotlash zarur va yetarlidir. Avval (3) tengsizlikni isbotlaymiz. S=a+b+c+d bo'lsin. O'rta arifmetik va o'rta geometrik miqdorlar orasidagi munosabatlarga ko'ra,a + b + c + d .!—,—--> v aЪcd .1——4 a+Ъ + c + d > 4 •4 a^d abcd=1 ekanidan S = a + b + c + d > 4 shu tengsizlik ya'ni S > 4 o'rinli. Koshi-Bunyakovskiy tengsizligiga ko'ra, (a3 + b3 + c3 + d3) • (1 +1 +1 +1) • (1 +1 +1 +1) > (a + b + c + d)3 (5) Ya'ni, Koshi-Bunyakovskiy tengsizligi quydagi ko'rinishga ega : (a + a2 +...+an)• (b1 + b2 +... + bn)+ c2 +... + c) > (*/a b1 + Va2 b2 • • • c1 + k4an К ■ ■ ■ cn)k Bu yerda, a'^' . > 0; 1 1 n Shu asosida (5) tengsizlikni hosil qildik. SL (a3 + b3 + c3 + d3) • 4 • 4 > (a+b + c + d)3 a + b + c + d > 16a3 + b3 + c3 + d3 > - S3 > =s tenglik o'rinli. S > 4dan foydalansak, 16 16 ga ya'ni a + к + c + d3 > S ga 1 a 1 1 л 1a =- b =- c =- d =ega bo'lamiz. bcd ; acd ; abd ; abc 2 Larni topib olamiz va (4) tenglikka olib borib qo'yamiz. a + b + C3 + d3 > bcd + acd + M + abc ekanligi kelib chiqadi.O'rta arifmetik va o'rta geometrik miqdorlar orasidagi munosabatdan foydalansak, a3 + b3 + c3 > 3abc b3 + c3 + d3 > 3bcd c3 + d3 + a3 > 3cda d3 + a3 + b3 >3dab ga ega bo'lamiz. Bularni qo'shib yuborsak, a + b + c + d3 > abc + bcd + cda + dab kelib chiqadi. Isbotlandi.1) Musbat a,b,c sonlar berilgan. Agar x=max{a,b,c} va y=min{a,b,c} bo'lsa, x y 18abc y X (a + b + c)(a2 + b2 + c2) ni isbotlang.

ISBOT: Umumiylikkka zarar yetkazmagan holda a >b >c deb olamiz. Bundan

x=a , y=c ekanligi kelib chiqadi. Endi , (a - c) > 0 deb olib, a - 2ac + c2 > 0 a2 + c2 >2ac ekanligini keltirib chiqaramiz. Yoki, o'rta arifmetik va o'rta 2 2 a + c-> ac 22geometrik miqdorlar orasidagi munosabatlarga ko'ra, 2 ^ a +c >2ac vaa + b + c , 1 i ■ > V abc 3 ^ (a+b + c) > 27abctengliklar o'rinli. Bulardan foydalansak, 12 x + y_a + c_a2 + c2 _(a2 + c 2)b > 2abc _ 54abc y x c a ac abc (a + b + c)3 (a + b + c)3 27 ko'rinishga keladi. Endi 54abc 18abc ->- biz, (a + b + c) {a + b + c){a + b + c) ni isbotlasak yetarli bo'ladi. Bu esa, 3(a + b + c) >(a+b+c) ga teng. Bu tenglikni soddalashtiramiz: 3a2 + 3b2 + 3c2 > ((a + b) + c)2 3a2 + 3b2 + 3c2 > (a + b)2 + 2(a + b)c + c2 3a2 + 3b2 + 3c2 > a2 + 2ab + b2 + 2ac + 2bc + c2 2a2 + 2b2 + 2c2 > 2ab + 2bc + 2ac (a2 - 2ab + b2) + (b2 - 2bc+c2) + (c2 - 2ac+a2) > 0 (a - b)2 + (b - c)2 + (c - a)2 > 0 ga ega bo'lamiz. Isbotlandi.

Xulosa. Yuqorida o’rganilgan masalalarni yechish jarayonida bir qancha tenglama va tengsizliklarni yechishda standart usullardan farqli nostandart usullar ham mavjudligini tadqiq qilishga harakat qilindi. Ularni yechishda bir o’zgaruvchili funksiyaning monotonligi, ekstremal xossalari, Koshi Bunyakovskiy tengsizligi hamda nostandart almashtirishlardan foydalanildi. Bunda biz “Algebra va boshlang’ich analiz asoslari” ning keng tatbiqlarga ega ekanligini ko’ramiz. Ushbu maqoladagi va ishlardagi masalalar hamda ularni yechish usullari to’garak mashg’ulotlari uchun tayyor material bo’lib, o’qituvchi tomonidan matematikaga iqtidorli o’quvchi va talabalarga o’rgatib borilishi ularning o’z bilimlarini mustahkamlashi, mustaqil fikrlashi hamda matematik tafakkur qilishlari orqali matematik rivojlanishlariga yordam beradi. Zero, donishmandlardan biri aytganidek, “Yoshlikda olingan bilim – toshga o’yilgan naqsh kabidir”.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. A.V.Pogorelov, Analitik geometriya., T.O'qituvchi,, 1983 y.

2. Курбон Останов, Ойбек Улашевич Пулатов, Джумаев Максуд, «Обучение умениям доказать при изучении курса алгебры,» Достижения науки и образования, т. 2 (24), № 24, pp. 52-53, 2018.

3. Rajabov F.Nurmatov A,Analitik, geometriya va chizikli algebra, T.O'qituvchi, 1990y.

4. OU Pulatov, MM Djumayev, «In volume 11, of Eurasian Journal of Physics» Development Of Students' Creative Skills in Solving Some Algebraic Problems Using Surface Formulas of Geometric Shapes, т. 11, № 1, pp. 22-28, 2022/10/22.

5. Курбон Останов, Ойбек Улашевич Пулатов, Алижон Ахмадович Азимов, «Вопросы науки и образования,» Использование нестандартных исследовательских задач в процессе обучения геометрии, т. 1, № 13, pp. 120-121, 2018.

6. АА Азимзода, ОУ Пулатов, К Остонов, «Актуальные научные исследования и разработки,» МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МЕТРИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ ТРЕУГОЛЬНИКА, т. 1, № 3, pp. 297-300, 2017.

7. OU Pulatov, HS Aktamov, MA Muhammadiyeva, «Development of Creative Skills of Students in Solution of Some Problems of Vectoral, Mixed and Double Multiplications of Vector» Eurasian Research Bulletin, т. 14, №