



## Поверхность

*Абдуллаева Нодира Камараддин қизи*

*Нукусский государственный педагогический институт имени Ажсинияза*

***Аннотация:** Общие сведения о поверхности. Данная статья, дающая информацию о поверхности вращения и линейных поверхностях, важна для ознакомления с понятием поверхнос*

***Ключевые слова:** аналитические, кинематические, каркасные, линейные поверхности, изогнутые поверхности, гиперболоид, цилиндр вращения, Конусная поверхность...*

В настоящее время существуют различные (аналитические, кинематические, каркасные) способы формирования поверхности. В геометрии рисунок рассматривается как след, оставленный линией (прямой или изогнутой) на поверхности в результате непрерывного движения в пространстве, основанного на определенной закономерности. При этом форма линии может быть фиксированной или переменной.

В связи с тем, что такие поверхности легко изобразить на чертеже, в геометрии чертежа преимущественно используются кинематические поверхности, образующиеся в результате движения.

Подготовка поверхности может быть разной. Определенную поверхность можно создать разными способами. Например, если круглый цилиндр образуется вращением прямой, параллельной этой оси, вокруг неподвижной оси, то тот же цилиндр можно провести из центра круга по прямой, проходящей через центр круга и перпендикулярно плоскости круга. Тан и центр круга



могут образоваться в результате поступательного движения по прямой, перпендикулярной плоскости круга.

Линия, создающая движущуюся поверхность, называется строителем линий. Линия, определяющая движение образующей, называется направляющей.

Все поверхности делятся на два класса в зависимости от типа их создателей: 1) линейные поверхности — создателями которых являются прямые линии; 2) изогнутые поверхности-создатели кривых линий. Примеры прямых поверхностей включают цилиндры и конусы, а примеры изогнутых поверхностей — сферы и эллипсоиды.

Следует отметить, что, как мы говорили выше на примере кругового цилиндра, линейные поверхности могут создаваться не только движением прямой, но и движением изогнутой линии.

Прямолинейные поверхности по растеканию на плоскости делятся на растекающиеся и не растекающиеся. Если поверхность прямолинейной поверхности не разрывается и не изгибается при помещении ее в плоскость, то такая прямолинейная поверхность является растекающейся, а если нет, то не растекающейся поверхностью.

Из прямолинейных поверхностей можно сделать точный разворот в плоскости поверхностей с двумя соседними компонентами, параллельными друг другу (например, цилиндр) или двумя компонентами, пересекающимися друг друга (например, конус). Такие линейные поверхности называются растекающимися поверхностями. Поверхности, у которых две смежные образующие не встречаются (однополый гиперболоид), и криволинейные поверхности (сфера, эллипсоид, параболоид и др.) не выходят в плоскость,



поэтому называются нарастающими поверхностями. На практике делают приблизительные развороты нарастающих поверхностей.

Поверхность может быть задана аналитически, т.е. с помощью уравнения, или графически. При рисовании геометрии изучаются поверхности, заданные графически.

На чертеже поверхность задают следующим образом: если поверхность замкнутая и ограниченная, то с проекциями контурной линии; если поверхность бесконечна, то поверхность задана проекциями Проводника и Творца и законом движения Творца.

#### Вращающаяся поверхность

Поверхность, образованная вращением изогнутой или прямой линии вокруг неподвижной прямой (неподвижной оси), называется вращающейся поверхностью.

На рис. 107 показан общий вид поверхности вращения. При этом прямая  $MN$  ( $mn, m'n'$ ) называется осью поверхности вращения, а кривая  $ABC$  ( $abc, a'b'c'$ ) - ее образующей. Каждая точка конструктора рисует круг с центром на оси вращения во время вращения. Такие окружности называются параллелями поверхности. Наибольший диаметр этих параллелей составляет  $12$  ( $12,1'2'$ ) экватора; наименьший диаметр  $34$  ( $34,3'4'$ ) называется линией шейки поверхности. Линии, образуемые пересечением поверхности вращения с плоскостями, проходящими через ее ось, называются меридианами.

Тот, который параллелен плоскости фронтальной проекции, называется главным меридианом. Все меридианы взаимно конгруэнтны (равны); каждая из них разделена на две симметричные части по оси поверхности. Поверхность вращения может иметь несколько экваториальных линий. С помощью



параллелей поверхности вращения легко найти вторую проекцию данной точки на поверхность.

Для того чтобы можно было легко изобразить поверхность вращения на плоскости, обычно ее ось принимают перпендикулярной одной из плоскостей проекций.

Давайте посмотрим на поверхности вращения, возникающие в результате вращения прямой:

а) цилиндр вращения  $AB$  ( $ab, a'b'$ ) образуется в результате вращения прямой вокруг неподвижной оси  $MN$  ( $mn, m'n'$ ) (рис. 108).

б) в результате образуется поворот конуса вращения вокруг прямой (оси)  $OS$  ( $os, o's'$ ), пересекающейся в точке  $S$  ( $s, s'$ ) с прямой  $AS$  ( $as, a's'$ ) (рис. . 109).

в) однодырочный гиперboloид образуется вращением одной из двух непересекающихся прямых  $AB$  ( $ab, a'b'$ ) и  $MN$  ( $mn, m'n'$ ) вокруг другой. На рис. 110 изображен гиперboloид вращения одного контура, образованный вращением прямой  $AB$  вокруг оси  $MN$ . Точка  $C$  ( $c, c'$ ), расположенная на линии, перпендикулярной оси вращения, образует окружность наименьшего диаметра, то есть линию перешейка гиперboloида. Примером однофазного гиперboloида является поверхность башни трубопровода в городе Бухара.

Поверхности, показанные выше, являются примерами прямолинейных поверхностей. Теперь мы увидим примеры создания изогнутой поверхности вращения. Поверхность вращения можно разделить на поверхности второго и высшего ( $n > 2$ ) порядка.

Мы видим поверхности, образующиеся при вращении круга вокруг фиксированной оси. При этом образуются следующие поверхности:



а) Если повернуть круг вокруг своего диаметра, образуется сфера (рис. 111). Произвольная точка  $A(a, a')$ , выбранная на поверхности сферы, показана на одиночном изображении (рис. 111,а) и чертеже (рис.111,б).

После этого произвольная точка отображается на одном изображении и рисунке на сгенерированных поверхностях, а также на поверхности сферы.

б) если повернуть окружность вокруг оси, лежащей в плоскости этой окружности и не проходящей через ее диаметр, то образуется замкнутая окружность (рис. 112, а, б).

в) если ось вращения лежит в плоскости окружности, но находится вне ее, то образуется разомкнутая струна или кольцо (рис. 113, а, б).

Произвольная прямая может пересекать тор в четырех точках, поэтому тор является поверхностью вращения четвертого порядка. Так, если вращать круг вокруг неподвижной оси, образуются поверхности второго (сфера) и четвертого порядка (узкая, кольцевая).

Наконец, мы видим поверхности, образованные вращением кривых второго порядка: эллипса, параболы и гиперболы вокруг своих осей:

а) вращение эллипса вокруг своей оси создает эллипсоид вращения (рис. 114, а, б).

б) параболоид вращения образуется путем вращения параболы вокруг своей оси (рис. 115, а, б).

в) вращение гиперболы вокруг своей вещественной оси приводит к образованию двухсекционного гиперболоида (рис. 116, а, б).

Выше мы видели, что однофазный гиперболоид образуется путем вращения одной из двух непересекающихся вертикальных линий вокруг другой (рис. 110,



а, б). Одномерный гиперболоид также можно сформировать путем вращения гиперболы вокруг ее абстрактной оси.

Эти рассматриваемые поверхности являются поверхностями вращения второго порядка.

#### Облицованная поверхность

Поверхность, образованная непрерывным движением прямой в пространстве, называется линейной поверхностью.

Прямолинейные поверхности, в свою очередь, делятся на растекающиеся и нерастекающиеся. Ниже мы рассмотрим несколько типов таких поверхностей и их формирование.

#### А. Распространение линейных поверхностей

Цилиндрическая поверхность. Поверхность, образованная непрерывным движением образующей прямой АВ по направляющей кривой АС, всегда параллельной заданному направлению S, называется цилиндрической поверхностью. (рис. 117, а). Если направление поверхности цилиндра представляет собой сплошную кривую, то полученная поверхность называется цилиндром (рис. 117, б).

Линия пересечения цилиндрической поверхности с плоскостью проекции называется ее следом (основанием). Обычно для изображения цилиндрической поверхности на чертеже задают ее след и направление ее создателя.

Известно, что форма, образованная пересечением поверхности плоскостью, перпендикулярной ее составляющим, называется нормальным сечением поверхности. Если нормальное сечение цилиндра представляет собой круг, то такой цилиндр называется круговым (цилиндром вращения), если эллипсом, то



эллиптическим цилиндром, если параболой, то параболическим цилиндром. , а если это гипербола, то ее называют гиперболическим цилиндром.

Если основанием цилиндра является его нормальное сечение, то он называется прямым цилиндром, в противном случае – тупым цилиндром.

На поверхности цилиндра делают произвольную точку по заданию мастера, на котором эта точка лежит (рис. 117, б).

Конусная поверхность. Поверхность, образуемая в результате непрерывного скольжения образующей прямой  $AS$  по направляющей кривой  $AB$  и всегда проходящей через точку  $S$ , называется конической поверхностью (рис. 118, а). Точка  $S$  — конец поверхности конуса,  $AB$  — направляющая прямой.

Поверхность конуса состоит из двух пористых поверхностей. На чертеже коническая поверхность задана ее следом и ее проекциями. Коническая поверхность также может быть закрытой поверхностью, например цилиндрической поверхностью. Конус называется конусом.

Плоскость, пересекающая все образующие конуса, можно считать основанием конуса. В зависимости от формы основания конуса могут быть круговые, эллиптические, параболические и т. д. конусы.

На чертеже его конструкторы используют для построения проекций произвольных точек, лежащих на поверхности конуса. На рис. 118, б изображена проекция точки  $A$ , лежащая на поверхности конуса.

Торс. Поверхность, образуемая в результате постоянного движения образующей прямой  $AB$  к направляющей кривой  $CD$ , называется поверхностью тора (обратной кромки) (рис. 119). Кривая  $CD$  называется обратным краем тора.



Тор задан, если задан передний край тора.

Чтобы составить на чертеже тор, к нему предпринимаются попытки через точки 1,2,3,... его обратного края пространственной кривой CD. Сумма этих попыток образует поверхность тора. Обратный край делит туловище на две части (палла). Если возвратное ребро тора, т. е. длина кривой CD, становится точкой, то такой тор становится конической поверхностью. Если возвратное ребро является точкой и точка находится бесконечно далеко, то такой тор представляет собой цилиндрическую поверхность.

#### Б. Нерастекающиеся линейные поверхности

Такие поверхности образуются в результате движения прямой (создателя) по двум направляющим. При движении творца он всегда параллелен плоскости. Эту плоскость называют плоскостью параллельности поверхности. Касательные к этим поверхностям представляют собой прямые линии, которые не пересекаются, поэтому их нельзя раздвинуть. Иногда такие поверхности называют криволинейными.

Ниже мы узнаем, как образуются некоторые из этих поверхностей и как они изображаются на чертеже.

Цилиндроид. Линейная поверхность с двумя некомпланарными кривыми и плоскостью параллельности называется цилиндроидом. На рис. 120 изображен цилиндроид, плоскостью параллельности которого является горизонтальная проекционная плоскость  $P$ , а направлениями являются кривые AC и BD. Как видно из рисунка, горизонтальные проекции образующих параллельны горизонтальному следу плоскости  $P_n$ , следовательно, все образующие параллельны плоскости  $P$ . На рисунке изображена проекция точки  $M(m,m')$ ,



лежащей на поверхности цилиндроида. Обычно за плоскость параллельности принимают одну из плоскостей проекций.

Если принять за направляющие спиральные линии, а за плоскость параллельности принять горизонтальную плоскость проекции, то образуется винтовой цилиндرويد (рис. 121).

Коноид.

Линейная поверхность, у которой одна из направляющих представляет собой прямую линию  $AC$ , а другую — кривую линию  $BD$  и плоскость параллельности, называется коноидом (рис. 122). Это  $H$  плоскости параллельности коноида. Коноид, прямолинейная ось которого ( $AC$ ) перпендикулярна плоскости параллельности, называется прямым коноидом, а если он наклонный, то — наклонным коноидом. Коноид на рис. 122 является правым коноидом, поскольку  $AC \perp H$ .

Если первая направляющая представляет собой винтовую линию, вторая направляющая — прямую, а горизонтальная параллельность перпендикулярна плоскости, то полученная поверхность называется винтовым коноидом (рис. 123).

Кривая плоскость. Линейная поверхность, имеющая одновременно прямую линию и плоскость параллельности, называется наклонной плоскостью или гиперболическим параболоидом (рис. 124). Прямая  $AD$  при своем движении вдоль двух непересекающихся прямых  $AB$  и  $CD$  всегда остается параллельной плоскости  $P$ . При разрезании такой поверхности рубанком положения секущей плоскости можно выбирать таким образом, чтобы в сечении могли образовываться линии параболы или гиперболы. По этой причине эту поверхность еще называют гиперболическим параболоидом. Поскольку эта



поверхность выглядит как седло, ее иногда называют седловидной поверхностью.

### Циклические и топографические поверхности

Поверхности, образующиеся в результате перемещения произвольной окружности постоянного или переменного радиуса, называются циклическими поверхностями. Любая поверхность вращения является примером циклической поверхности. Эту ситуацию мы видели выше, когда круглый цилиндр проходит через центр круга и перемещает центр круга перпендикулярно плоскости круга. В этом случае радиус круга не изменится. Отсюда можно сделать вывод, что искомая поверхность вращения может быть образована в результате движения центра окружности переменного радиуса по неподвижной оси.

Если радиус образующего трубчатой поверхности (окружности) не изменяется, поверхность называется канавочной поверхностью (рис. 125, а). Канавка, ось которой представляет собой прямую линию, представляет собой цилиндр вращения поверхности. Примерами этого являются водопроводные и газовые трубы. Примерами таких поверхностей являются цилиндрические пружины из стальной проволоки.

Другой тип циклических поверхностей — канальная поверхность (рис. 125, б). Канал образуется в результате движения круга, радиус поверхности которого непрерывно изменяется. При круговом движении вперед его центр находится на направляющей линии. В процессе непрерывного движения плоскость окружности всегда сохраняет положение, перпендикулярное базовой линии.

Существуют поверхности, формирование которых не подчиняется никакому геометрическому закону. Такие поверхности называются графическими поверхностями. Графические поверхности представляют собой несколько



однотипных линий, лежащих на этих поверхностях. Примерами таких поверхностей являются топографические поверхности, корпуса автомобилей, самолетов и кораблей. Из них топографические поверхности подробно изучаются в курсе рисования.

### Литература:

1. Р. Хорунов. Курс рисования геометрии. «Учитель», Ташкент, 1997.
2. С. Мурадов и другие. Курс рисования геометрии. «Учитель», Тошкент, 1988.
3. И. Рахманов. Курс рисования геометрии. «Учитель», Тошкент, 1984.
4. Ю. Кыргызбаев. Рисование геометрии. «Учитель», Ташкент, 1973 год.
5. Э. Собитов. Краткий курс рисования геометрии. «Учитель», Ташкент, 1973 год.
6. Ж. Ёдгоров. Чертеж геометрии, «Бухара», Бухара, 2000г.
7. Ж. Ёдгоров и др. Учитель рисования геометрии, Ташкент, 1989г.
8. Ж. Ёдгоров. Элементы чертежной геометрии. «Учитель», Ташкент, 1973 год.