



PROYEKSIYALASH USULLARI. NUQTANING FAZODAGI O'RNINI PROYEKSIYALARI BO'YICHA ANIQLASH

Urolov G'ulom Berdiyov o'g'li

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti qoshidagi akademik litsey

Matematika o'qituvchisi gulomurolov95@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada Chizma geometriyasida proyeksiyalash usullari hamda nuqtaning fazodagi o'rnini proyeksiyalari bo'yicha aniqlash.

Kalit so'zlar: Geometriya, fazo, tekislik, uchburchak, proyeksiyalash, uchburchakning proyeksiyasi.

Fazoda berilgan geometrik jismlarni tekislikka tasvirlash uchun proyeksiyalash usulidan foydalaniladi. Proyeksiyalash usuli ikki xil bo'ladi: *markaziy proyeksiyalash va parallel proyeksiyalash. Markaziy proyeksiyalash usuli.* Fazoda biror P tekislik va unda yotmagan S nuqta berilgan deylik (1-shakl). Fazoda biror ixtiyoriy A nuqta olib, uni S bilan tutashtiramiz. Hosil bo'lgan SA to'g'ri chiziq (nur)ni P tekislik bilan kesishguncha davom ettiramiz va ularning kesishgan nuqtasini a bilan belgilaymiz, bu a nuqta fazodagi A nuqtaning P tekislikdagi *markaziy proyeksiyasi bo'ladi.* Bunda, S nuqta - *proyeksiyalash markazi, P-proyeksiyalash tekisligi, SA esa proyeksiyalovchi nur* deyiladi. Ma'lumki, har qanday fazoviy shaklni nuqtalar to'plamidan iborat deb qarash mumkin. Shunga ko'ra istalgan fazoviy shaklning proyeksiyasini yasash uchun uning harakterli nuqtalari orqali proyeksiyalovchi nurlar o'tkaziladi va ularning proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtalari topiladi. Bu topilgan nuqtalar to'g'ri chiziq yoki egri chiziq orqali o'zaro tutashtiriladi va fazoviy shaklning markaziy proyeksiyasi hosil qilinadi. Masalan, ABC uchburchakning proyeksiyasini yasash uchun uning A , B , va C uchlarining P tekislikdagi proyeksiyalari a , b va c ni to'g'ri chiziq orqali o'zaro tutashtirish kifoya (2-shakl). Proyeksiya markazi va berilgan nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Shu sababli fazodagi har qanday nuqtaning bir tekislikda faqat bitta proyeksiyasi bo'ladi. Demak, proyeksiya tekisligi va proyeksiyalash markazi berilgan bo'lsa, fazodagi ixtiyoriy nuqtaning proyeksiyasini tekislikda aniqlash mumkin ekan. Lekin nuqtaning tekisliqdagi proyeksiyasiga qarab uning fazodagi vaziyatini aniqlab bo'lmaydi, chunki o'sha proyeksiyalovchi to'g'ri chiziq ustida juda ko'p nuqta yotishi mumkin. Masalan, SD nurdagi D , D_1 va D_2 nuqtalarning proyeksiyalari d , d_1 , va d_2 lar R tekislikka bir joyga ustma-ust tushadi (2-shaklda, d nuqta). Agar proyeksiyalovchi nur proyeksiyalar tekisligiga parallel



bo'lsa, u holda bu nurda yotgan nuqtalardan hech qaysisining markaziy proyeksiyasi P tekislikka tushmaydi (masalan, M nuqtaning). Bular markaziy proyeksiyalash usulining nuqsoni hisoblanadi. Perspektiva bo'limida bu nuqson bartaraf etiladi va bu usul batafsil o'rganiladi. Parallel proyeksiyalash usuli. Agar proyeksiyalash markazi S cheksiz uzoqda deb faraz qilinsa, fazodagi nuqtalarni proyeksiyalovchi nurlar o'zaro parallel bo'lib qoladi. Bu yerda S proyeksiyalash yo'nalishi, P -proyeksiya tekisligi (3-shakl, a). ABC uchburchakning P tekislikdagi proyeksiyasini hosil qilish uchun uning A , B va C uchlaridan S yo'nalishga parallel nurlar o'tkazish va ularning P tekislik bilan kesishgan nuqtalarini topish va topilgan nuqtalarni o'zaro tutashtirish kifoya. Agar parallel proyeksiyalarda proyeksiyalar tekisligi P va proyeksiyalash yo'nalishi S berilgan bo'lsa, fazoda berilgan nuqtaning tekislikdagi proyeksiyasini aniqlash mumkin. Lekin bu usulda ham nuqtaning bitta proyeksiyasiga ko'ra uning fazodagi o'rnini aniqlab bo'lmaydi (masalan, d nuqta yordamida). Proyeksiyalash yo'nalishining proyeksiya tekisligi bilan tashkil etgan burchagiga qarab parallel proyeksiyalar ikkiga bo'linadi: 1) qiyshiq, burchakli va 2) to'g'ri burchakli parallel proyeksiya. Proyeksiyalash yo'nalishi proyeksiyalar tekisligi bilan o'tkir burchak tashkil etsa, *qiyshiq burchakli parallel proyeksiyalash* deyiladi (3-shakl, a). Proyeksiyalash yo'nalishi proyeksiyalar tekisligi bilan to'g'ri burchak tashkil etsa, *to'g'ri burchakli parallel proyeksiyalash* deyiladi (3-shakl, b). Bundan keyin to'g'ri burchakli parallel proyeksiyalarni qisqacha *tug'ri burchakli proyeksiya* yoki *ortogonal proyeksiya* deb aytamiz. To'g'ri burchakli proyeksiyalashda proyeksiyalar tekisligi berilgan bo'lsa, proyeksiya yo'nalishi va aksincha proyeksiya yunalishi berilgan bo'lsa, proyeksiya tekisligi berilmaydi. To'g'ri burchakli proyeksiyalash usuli bilan hosil qilingan chizma shartli bo'lishiga qaramay, aniq o'lchash ishlarini bajarish qulay bo'lganligi sababli chizma tuzishning asosiy usuli hisoblanadi. Chizma geometriyaning ortogonal va aksonometrik proyeksiyalar hamda son bilan belgilangan proyeksiya bo'limlari ana shu usulga asoslangan. 3-shaklni ko'zdan kechirib, parallel proyeksiyalashning tubandagi asosiy xossalarini payqab olish mumkin:

1. Nuqtaning proyeksiyasi nuqta bo'ladi.

2. Proyeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqning proyeksiyasi to'g'ri chiziq bo'ladi.

Berilgan yo'nalishga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq proyeksiyalovchi chiziq deyiladi va uning proyeksiyasi nuqta bo'ladi. To'g'ri chiziqning barcha nuqtasini proyeksiyalovchi nurlar bitta tekislikda yotadi. Bunday tekislik *proyeksiyalovchi*



tekislik deyiladi. Masalan, 3-shakl, a dagi AabB to'rtburchak berilgan AB to'g'ri chiziqning proyeksiyalovchi tekisligini ifodalaydi.

Egri chiziq berilgan bo'lsa, uning barcha nuqtasini proyeksiyalovchi nur yig'indisi proyeksiyalovchi sirt hosil qiladi.

3. Nuqta biror chiziqda yotgan bo'lsa, bu nuqtaning proyeksiyasi o'sha chiziqning proyeksiyasida yotadi. C nuqta AB da yotgani uchun uning proyeksiyasi ab da yotadi (4-shakl).

4. Proyeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'lmagan tekislikdagi nuqta va chiziqlarning proyeksiyalari proyeksiya tekisligining hammasini qoplaydi. Berilgan yo'nalishga parallel bo'lgan tekislik proyeksiyalovchi tekislik bo'ladi. Proyeksiyalovchi tekislikdagi nuqta va chiziqlarning proyeksiyalari uning proyeksiyalar tekisligi bilan kesishish chizig'iga tushadi.

5. To'g'ri chiziq kesmalarining nisbati uning proyeksiyalari nisbatiga teng, ya'ni $\frac{AC}{CB} = \frac{ac}{cb}$ bo'ladi (4-shakl). Xususiyl holda, agar C nuqta AB kesmani teng ikki bo'lakka bo'lsa, nuqtaning proyeksiyasi s ham ab ni teng ikki bo'lakka bo'ladi.

6. Parallel to'g'ri chiziqlarning proyeksiyasi ham o'zaro parallel bo'ladi (5-shakl). Ya'ni $AB \parallel CD$ bo'lsa, $ad \parallel cd$ bo'ladi.

7. Ikki parallel to'g'ri chiziq kesmacining nisbati ularning proyeksiyasi nisbatiga teng. Ya'ni $AB \parallel CD$ bo'lsa, $\frac{AC}{CB} = \frac{ac}{cb}$ bo'ladi (5-shakl). Buning isboti ABE va CDF uchburchaklarning o'xshashligidan kelib chiqadi. Parallel proyeksiyalashda teng va parallel kesmalarning proyeksiyasi ham teng va ham parallel bo'ladi. Bu xossalarning isboti o'rta maktab "geometriya»sida bo'lgani uchun bu yerda ularning isbotini keltirmadik. Parallel proyeksiyaning bu xossalariidan keyinroq ortogonal va aksonometrik proyeksiyalarni o'rganishda foydalaniladi.

Tekislik (qog'oz) da ortogonal proyeksiyalash usuli bilan chizilgan har qanday tasvirga ko'ra unda tasvirlangan narsaning fazodagi haqiqiy shakli, ya'ni uni hosil qiluvchi nuqtalarning fazodagi o'rinini aniqlash hamma vaqt ham mumkin bo'lavermaydi. Masalan, fazodagi A nuqta berilgan yo'nalish bo'yicha P tekislikka proyeksiyalansa, proyeksiya tekisligida unga faqat bitta a proyeksiya mos keladi. Aksincha, agar d nuqta proyeksiyasi berilgan bo'lsa, nuqtaning fazodagi o'rnini topib bo'lmaydi (3-shakl). Chunki D nuqtani proyeksiyalovchi nurda yotgan istalgan nuqta (D, D_1, D_2)ning proyeksiyasi ham d nuqtaga tushadi. Demak, nuqtaning bitta proyeksiyasiga ko'ra uning fazodagi o'rnini aniqlab bo'lmaydi. Bundan xulosa qilib aytish mumkinki, jismning bitta proyeksiyasi uning fazodagi shaklini to'liq aniqlab bera olmas ekan. Bu ortogonal proyeksiyaning nuqsoni hisoblanadi. Bu nuqson turli usullar bilan bartaraf etiladi. Quyida narsaning ortogonal proyeksiyasi bo'yicha uning fazodagi vaziyatini aniqlashning ikkita usulini qarab chiqamiz.

Son bilan belgilangan proyeksiyalar usuli. Bunda narsaning bitta proyeksiyasi berilgan bo'lib, uning Shu tekislikdan uzoqligi sonlar bilan ko'rsatiladi va bu sonlar



проекции на α и β плоскости. Например, проекция точки A на α плоскость P (рис. 6, а). По известной проекции a на α плоскости и расстоянию $AA_1 = 4$ (рис. 6, а) можно найти истинную проекцию A на α плоскости. Для этого из точки a на α плоскости проводим перпендикуляр к α плоскости, а на β плоскости проводим дугу радиуса 4. Точка пересечения перпендикуляра и дуги – истинная проекция A на α плоскости (рис. 6, б). Аналогично находят истинные проекции B на α и β плоскости (b_1 и b_2). Знаки $+$ и $-$ указывают на то, находится ли точка A впереди или сзади α плоскости, а также выше или ниже β плоскости. Этот метод широко применяется в географии, строительстве и других областях. В географии α плоскость – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. В строительстве α – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. Этот метод называется *методом проекций*. Французский инженер Гаспар Монж разработал этот метод. Он предложил использовать две взаимно перпендикулярные плоскости α и β для проекции точек. Этот метод называется *методом проекций*. В географии α плоскость – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. В строительстве α – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. Этот метод называется *методом проекций*. В географии α плоскость – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. В строительстве α – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. Этот метод называется *методом проекций*.

Таким образом, для нахождения истинной проекции точки A на α плоскости необходимо знать ее проекцию на α плоскости и расстояние от нее до α плоскости.

Вывод. Зная проекции точки A на α и β плоскости, можно найти истинную проекцию A на α плоскости. Этот метод называется *методом проекций*. В географии α плоскость – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. В строительстве α – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. Этот метод называется *методом проекций*. В географии α плоскость – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. В строительстве α – это горизонтальная плоскость, а β – фронтальная. Этот метод называется *методом проекций*.



Foydalanilgan adabiyotlar:

1. R. Horunov. Chizma geometriya kursi. "O'qituvchi", Toshkent, 1997.
2. S. Murodov va b. Chizma geometriya kursi. "O'qituvchi", Toshkent, 1988.
3. I. Rahmonov. Chizma geometriya kursi. "O'qituvchi", Toshkent, 1984.
4. Y. Qirg'izboyev. Chizma geometriya. "O'qituvchi", Toshkent, 1973.
5. E. Sobitov. Chizma geometriya qisqa kursi. "O'qituvchi", Toshkent, 1973.
6. J. Yodgorov. Chizma geometriya, «Buxoro», Buxoro, 2000.
7. J. Yodgorov va b. Chizma geometriya. "O'qituvchi", Toshkent, 1989.
8. J. Yodgorov. Chizma geometriya elementlari. "O'qituvchi", Toshkent, 1973.