



Цепи однофазного переменного тока. Основные понятия и определения.

Сотиболдиев Абдурахмон Юлдашевич

ассистент,

Алмалыкский филиал Ташкентского Государственного Технического Университета,

Республика Узбекистан, г. Алмалык

E-mail: abduraxmon.sotiboldiyev@mail.ru

Single-phase alternating current circuits. Basic concepts and definitions.

Abdurakhmon Sotiboldiev

Assistant,

Almalyk Branch of Tashkent state technical University Uzbekistan, Almalyk

Аннотация: В данной статье рассматриваются основные понятия и определения, связанные с однофазными цепями переменного тока. Обсуждаются ключевые элементы, такие как сопротивление, индуктивность и ёмкость, а также их влияние на характеристики цепи. Также уделяется внимание законам Ома и Кирхгофа в контексте переменного тока, а также методам анализа однофазных цепей. Статья предназначена для студентов и специалистов в области электротехники, стремящихся углубить свои знания о работе однофазных электрических систем.

Ключевые слова: однофазный ток, переменный ток, сопротивление индуктивность, ёмкость, закон Ома, закон Кирхгофа, фаза, частота, электрическая цепь, резонанс, мощность, векторная диаграмма.

В технике переменный ток – это ток, периодически изменяющийся по величине и направлению (обычно по синусоидальному закону).

Мгновенное значение ЭДС в витке генератора переменного тока

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi)$$

E_m – амплитуда (максимальное значение гармонической функции)

$(\omega t + \psi)$ – фаза колебания



ψ – начальная фаза (при $t = 0$)

T – период колебания (время полного цикла колебания)

$f = 1 / T$ – циклическая частота (число циклов в сек.)

$\omega = 2\pi / T = 2\pi f$ – угловая частота – скорость изменения фазы колебания.

Для различных значений ЭДС, тока и напряжения принято использовать следующие обозначения:

e, i, u – мгновенные значения ЭДС, тока и напряжения

E_m, I_m, U_m – амплитудные значения ЭДС, тока и напряжения

E_{cp}, I_{cp}, U_{cp} – средние значения ЭДС, тока и напряжения

E, I, U – действующие значения ЭДС, тока и напряжения.

Среднее значение синусоидального тока характеризует изменение заряда за время Δt ($\Delta Q = I_{cp} \Delta t$)

$$I_{cp\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} i dt$$

Известно, что среднее значение любой гармонической функции за период равно нулю. Поэтому принято определять среднее значение переменного тока на интервале $T/2$. После простейшего интегрирования получим:

$$I_{cp} = \frac{2I_m}{\pi} \quad E_{cp} = \frac{2E_m}{\pi} \quad U_{cp} = \frac{2U_m}{\pi}$$

Средние значения дают возможность легко рассчитать суммарный заряд при электролизе, при зарядке аккумулятора, при анализе выпрямительных устройствах и т.д.

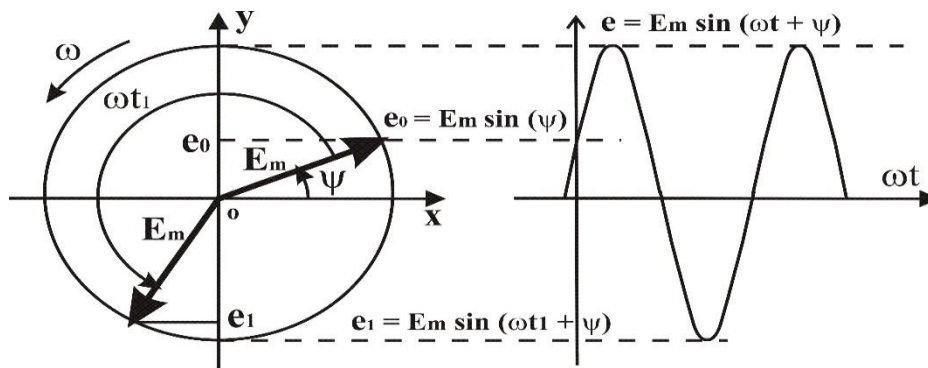


Действующее значение переменного тока I равно такому постоянному току I_0 , который обеспечивает равное тепловое или энергетическое воздействие. Если посчитать энергию постоянного и переменного тока за половину периода, то после интегрирования мы получим следующее выражение для действующего значения тока (аналогично определяются действующие значения ЭДС и напряжения)

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Векторное изображение гармонических функций

Если гармоническую функцию изобразить в виде вектора с длиной, равной его амплитуде, и вращать этот вектор против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω то в любой момент времени проекция этого вектора на вертикальную ось OY будет равна мгновенному значению этой гармонической функции.



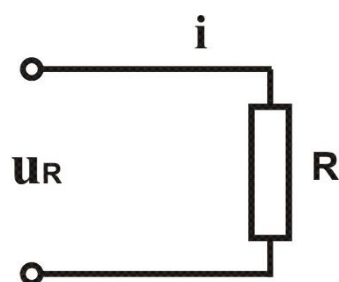
Векторное представление позволяет избавиться от проблем, связанных со сложением гармонических функций с различными амплитудами, и перейти к их векторному суммированию. Естественно, что при этом приходится учитывать



их взаимную ориентацию, но это один из наиболее простых и наглядных способов расчета цепей переменного тока.

Из курса физики известно, что для мгновенных значений в цепях переменного тока справедливы все законы постоянного тока (Ома, Кирхгофа и т.д.). Эти же законы будут справедливы и для амплитудных и действующих значений при условии векторного сложения входящих в них величин.

Цепь переменного тока с активным сопротивлением



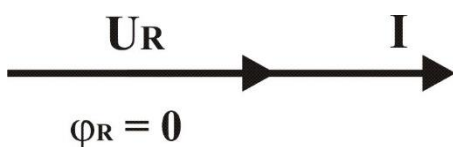
$$i = I_m \sin(\omega t)$$

$$u_R = ? \quad \varphi_R = ?$$

$$u = iR = RI_m \sin \omega t = U_m \sin \omega t$$

$$U_R = \frac{I_m R}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_R = I R$$

Закон Ома для действующих значений $I = \frac{U_R}{R}$



$$i = I_m \sin(\omega t)$$

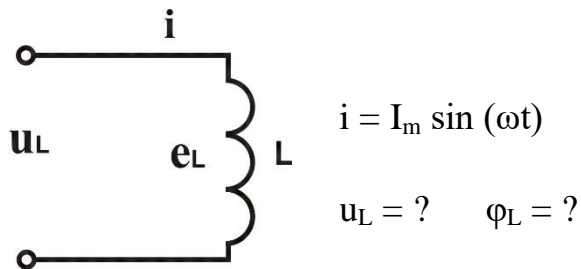
$$u_R = U_{mR} \sin \omega t$$



На активном сопротивлении напряжение и ток совпадают по фазе, т. е. угол сдвига фаз между током и напряжением $\varphi_R = 0$

Цепь переменного тока с индуктивностью

Идеальная индуктивность ($L - \text{const}, R_L = 0$)



При любом изменении тока в катушке индуктивности возникает ЭДС самоиндукции (закон Фарадея) которая противодействует этому изменению (правило Ленца).

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{dI_m \sin \omega t}{dt} = -\omega L I_m \cos \omega t = E_{mL} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Индуктивное падение напряжения можно найти из II закона Кирхгофа для данной цепи

$$u_L + e_L = 0 \Rightarrow u_L = -e_L = -\omega L I_m \cos \omega t = U_{mL} \sin(\omega t + \pi/2)$$

$$U_L = \frac{\omega L I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_L = I \omega L = I X_L$$

Закон Ома для цепи с индуктивностью $I = \frac{U_L}{X_L}$

$X_L = \omega L = 2\pi f L$ – реактивное индуктивное сопротивление

$X_L = [\text{Ом}] ; L = [\text{Генри}] ; f = [\text{Гц}]$

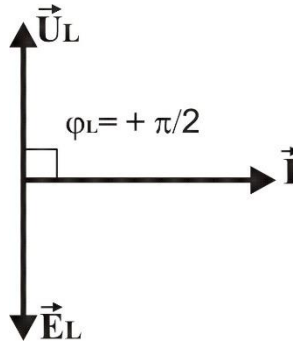


Физический смысл индуктивного сопротивления – в возникновении ЭДС самоиндукции, препятствующей изменению тока.

$$i = I_m \sin(\omega t)$$

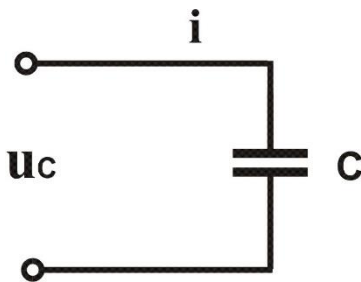
$$e_L = E_{mL} \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$u_L = U_{mL} \sin(\omega t + \pi/2)$$



На индуктивности напряжение опережает ток на 90° , т. е. угол сдвига фаз между током и напряжением $\varphi_L = +\pi/2$

Цепь переменного тока с емкостью



$$i = I_m \sin(\omega t)$$

$$u_C = ? \quad \varphi_C = ?$$

Заряд конденсатора $Q = C U$. Изменение заряда $dq = C du_C$

Это же изменение заряда $dq = idt \Rightarrow i dt = C du_C$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m \sin(\omega t - \pi/2)}{\omega C} = U_{mC} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

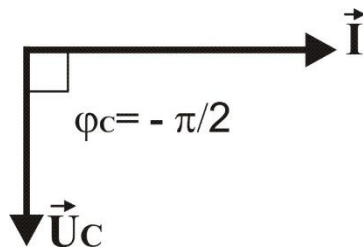
$$U_C = \frac{I_m}{\omega C \sqrt{2}} \Rightarrow U_C = \frac{I}{\omega C} = I X_C$$



Закон Ома для цепи с емкостью $I = \frac{U_C}{X_C}$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ – реактивное емкостное сопротивление

$X_C = [\text{Ом}]$; $C = [\text{фарада}]$; $f = [\text{Гц}]$

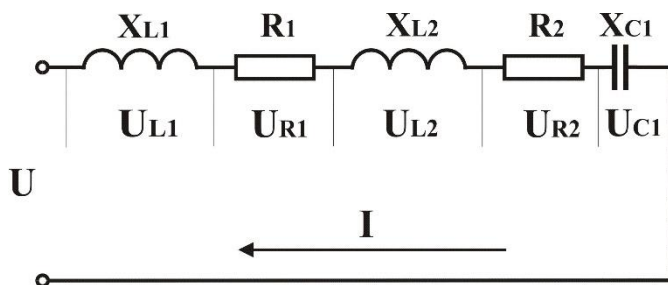


$$i = I_m \sin(\omega t)$$

$$u_C = U_{mC} \sin(\omega t - \pi/2)$$

На конденсаторе напряжение отстает от тока на 90° , т.е. угол сдвига фаз между током и напряжением $\varphi_C = -\pi/2$

Цепь переменного тока при последовательном соединении элементов



$$i = I_m \sin \omega t$$

При последовательном соединении элементов ток на

всех участках цепи одинаков. Действующее значение тока $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ и угловую частоту ω можно найти, используя закон изменения тока $i = I_m \sin \omega t$



Падение напряжения на каждом элементе цепи можно определить из закона Ома

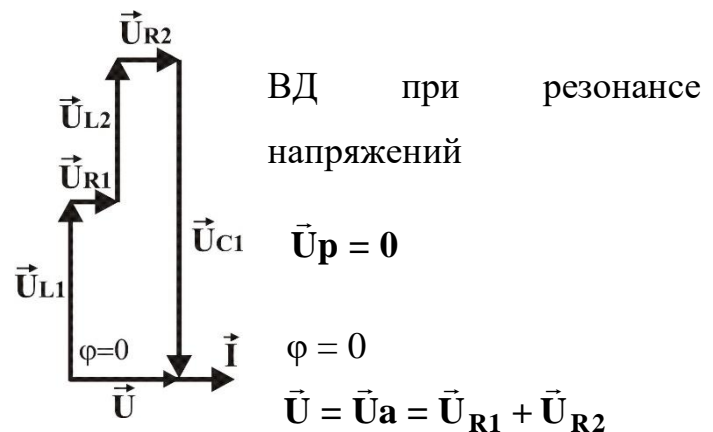
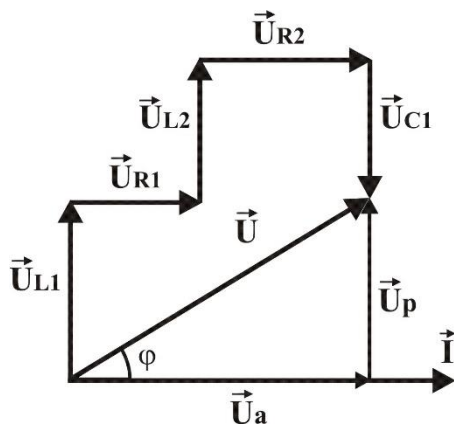
$$U_R = I R ; \quad U_L = I X_L = I 2\pi f L = I \omega L; \quad U_C = I X_C = \frac{I}{2\pi f C} = \frac{I}{\omega C}$$

Приложенное напряжение U равно геометрической сумме падений напряжения на каждом элементе последовательной цепи (II закона Кирхгофа).

$\vec{U} = \vec{U}_{L1} + \vec{U}_{R1} + \vec{U}_{L2} + \vec{U}_{R2} + \vec{U}_{C1}$ – сумма геометрическая (векторная), следовательно, необходимо построить векторную диаграмму (ВД)

Порядок построения ВД:

1. Строим вектор тока \vec{I}
2. Относительно вектора тока строим вектор падения напряжения на первом элементе цепи, учитывая **величину** и **направление** угла сдвига фаз между током и напряжением.
3. Из конца этого вектора аналогично строим вектор падения напряжения на следующем элементе цепи и т.д. – в результате получим векторную сумму падений напряжения на всех элементах цепи, т.е. приложенное напряжение \vec{U} .





Численное значение приложенного напряжения U можно определить из ВД

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{(\sum U_R)^2 + (\sum U_L - \sum U_C)^2} = \sqrt{(\sum IR)^2 + (\sum IX_L - \sum IX_C)^2}$$

$$= I \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum X_L - \sum X_C)^2} = I \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X_{\Sigma}^2} = IZ$$

Где: $Z = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X_{\Sigma}^2}$ – полное сопротивление цепи

$R_{\Sigma} = \sum R$ – эквивалентное активное сопротивление цепи

$X_{\Sigma} = (\sum X_L - \sum X_C)$ – эквивалентное реактивное
сопротивление цепи

Резонанс в последовательной цепи (резонанс напряжений)

При резонансе напряжений сумма индуктивных напряжений равна сумме емкостных, следовательно, эквивалентное реактивное напряжение

$$U_p = \sum U_L - \sum U_C = 0 \text{ – условие резонанса напряжений}$$

Следовательно, при резонансе напряжений

$$\sum U_L = \sum U_C$$

$$\sum X_L = \sum X_C$$

Приложенное напряжение $U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = U_a = \sum U_R$ – равно активному.

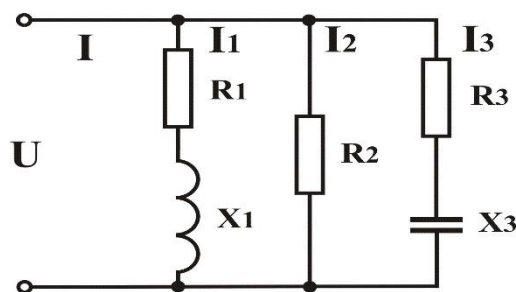
Полное сопротивление цепи $Z_0 = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X_{\Sigma}^2} = R_{\Sigma} = \sum R$ – равно сумме активных сопротивлений и минимально, т.е. всю цепь можно заменить эквивалентным активным сопротивлением R_{Σ} .



Ток в цепи $I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R_0}$ – максимален, и падение напряжения на отдельных реактивных элементах может быть больше приложенного напряжения (см. ВД при резонансе).

При резонансе напряжений приложенное напряжение совпадает по фазе с током ($\varphi = 0$), т.е. несмотря на наличие реактивных элементов, цепь ведет себя как чисто активный приемник.

Цепь переменного тока при параллельном соединении элементов



При параллельном соединении элементов напряжение на каждой ветви схемы одинаково и равно приложенному. Каждая ветвь схемы представляет из себя последовательное соединение элементов, следовательно, можно для каждой из ветвей найти полное сопротивление Z , ток I и угол сдвига фаз φ

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}; \quad I = \frac{U}{Z_1}; \quad \varphi_1 = \arccos \frac{R_1}{Z_1}$$

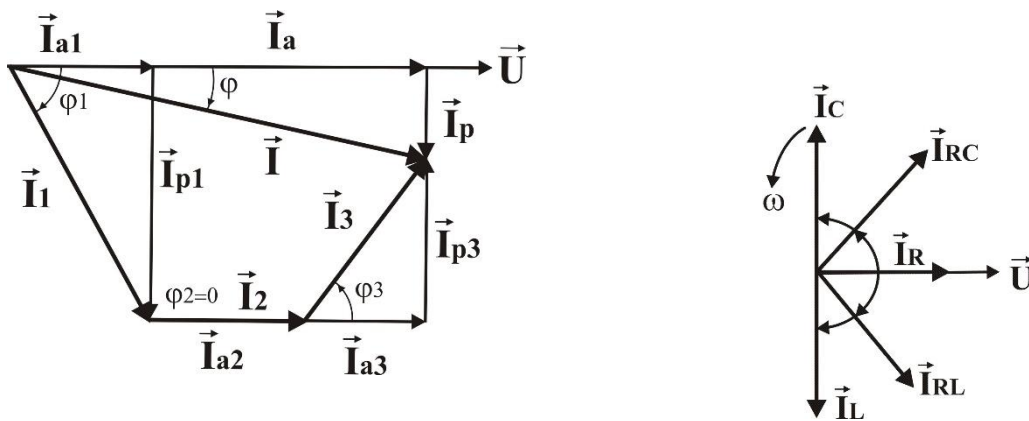
Аналогично можно определить Z , I и φ для остальных ветвей

По I закону Кирхгофа ток в неразветвленной части цепи равен геометрической сумме токов в ветвях $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$ – сумма геометрическая (векторная), следовательно, необходимо построить векторную диаграмму (ВД).



Порядок построения ВД:

4. Строим вектор напряжения \vec{U}
5. Относительно вектора напряжения строим вектор тока первой ветви \vec{I}_1 , учитывая **величину** и **направление** угла сдвига фаз между током и напряжением φ_1 .
6. Из конца этого вектора строим вектор тока второй ветви и т.д. – в результате получим векторную сумму токов в ветвях, т.е. ток в неразветвленной части цепи.



Численное значение полного тока I можно определить из ВД, если разложить ток каждой ветви на две составляющие

Например, для первой ветви

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = \frac{U}{Z_1} \frac{R_1}{Z_1} = U \frac{R_1}{Z_1^2} = U g_1 \text{ – активная составляющая тока } I_1$$

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = \frac{U}{Z_1} \frac{X_1}{Z_1} = U \frac{X_1}{Z_1^2} = U b_1 \text{ – реактивная составляющая тока } I_1$$

$$g = \frac{R}{Z^2} \text{ – активная проводимость отдельной ветви}$$



$$b = \frac{X}{Z^2} \text{ – реактивная проводимость отдельной ветви}$$

Аналогично можно разложить на составляющие токи всех ветвей

Тогда из ВД, учитывая, что емкостные и индуктивные токи направлены в противоположные стороны, получим

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{(\sum I_R)^2 + (\sum I_L - \sum I_C)^2} = \sqrt{(\sum U g)^2 + (\sum U b_L - \sum U b_C)^2} = \\ &= U \sqrt{(\sum g)^2 + (\sum b_L - \sum b_C)^2} = U \sqrt{g_{\Sigma}^2 + b_{\Sigma}^2} = u y \end{aligned}$$

Где: $I_a = \sum I_R$ – активная составляющая полного тока

$I_p = \sum I_L - \sum I_C$ – реактивная составляющая полного тока

$g_{\Sigma} = \sum g$ – эквивалентная активная проводимость цепи

$b_{\Sigma} = (\sum b_L - \sum b_C)$ – эквивалентная реактивная проводимость
цепи

$y = \sqrt{g_{\Sigma}^2 + b_{\Sigma}^2}$ – полная проводимость цепи

Резонанс в параллельной цепи (резонанс токов)

При резонансе токов сумма индуктивных токов равна сумме емкостных, следовательно, реактивная составляющая полного тока

$$I_p = \sum I_L - \sum I_C = 0 \text{ – условие резонанса токов}$$

Следовательно, при резонансе токов

$$\sum I_L = \sum I_C \qquad \sum b_L = \sum b_C$$



Полный ток (в неразветвленной части цепи) $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = I_a = \sum I_a$ – равен активному, т.е. сумме активных токов всех ветвей.

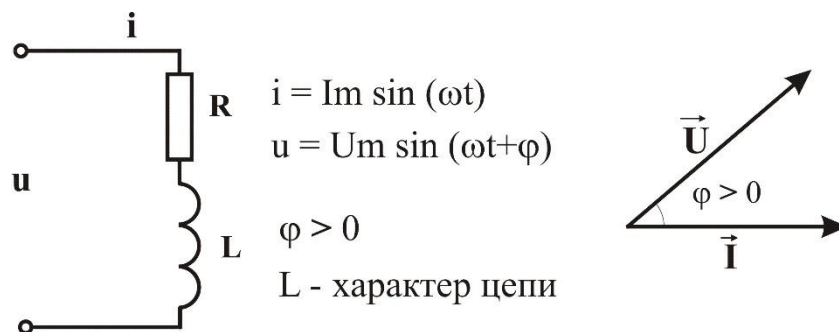
Полная проводимость цепи $y_0 = \sqrt{g_{\Sigma}^2 + b_{\Sigma}^2} = g_{\Sigma} = \sum g$ – равно сумме активных проводимостей всех ветвей и минимальна.

Ток в цепи $I_0 = U y_0 = U g_{\Sigma}$ – минимален, т.е. параллельная цепь при резонансе обладает минимальной проводимостью, т.е. максимальным сопротивлением.

При резонансе токов полный ток совпадает по фазе с приложенным напряжением ($\varphi = 0$), т.е. вся цепь имеет чисто активный характер.

Энергия и мощность в цепи переменного тока

Различия между активными и реактивными сопротивлениями не ограничиваются наличием сдвига фаз. Оказывается, что реактивные элементы (конденсаторы и катушки) не потребляют энергию. Энергия этих элементов в определенные промежутки времени полностью возвращается источнику.



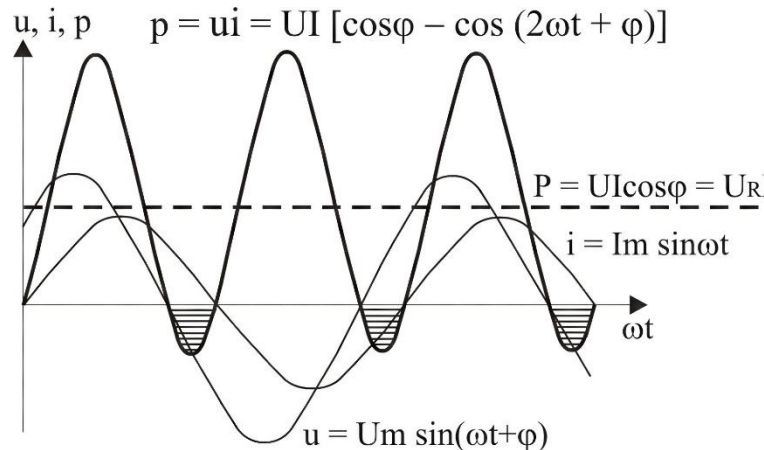
Работа электрического тока $dA = u i dt$

Мгновенная электрическая мощность, т.е. скорость совершения работы



$$p = u i = U_m \sin(\omega t + \varphi) I_m \sin \omega t = \dots = UI[\cos\varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] = UI \cos\varphi (1 - \cos 2\omega t) + UI \sin\varphi \sin 2\omega t = p_a + p_p$$

Из математического выражения для мгновенной мощности p и графика ее изменения видно, что это гармоническая функция с частотой изменения 2ω (т.е. в два раза выше частоты сети) и амплитудой UI . За период изменения мгновенная мощность имеет как положительные значения, когда энергия поступает в цепь, так и отрицательные, когда энергия, запасенная в магнитном поле, возвращается источнику.



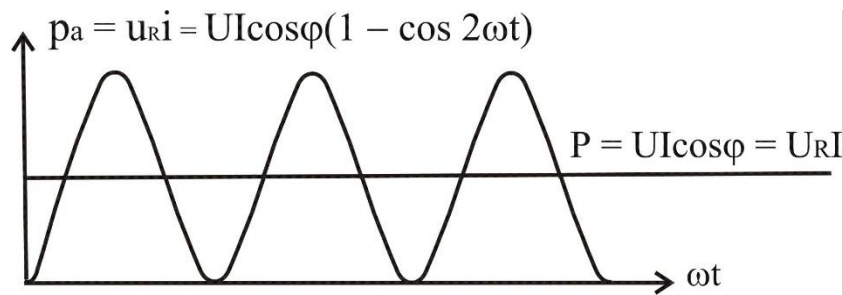
Среднее значение за период

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt = UI \cos \varphi = U_R I$$

$P = UI \cos \varphi = U_R I$ – средняя активная мощность – средняя скорость потребления энергии.

Мгновенную мощность можно представить в виде двух слагаемых $p = p_a + p_p$

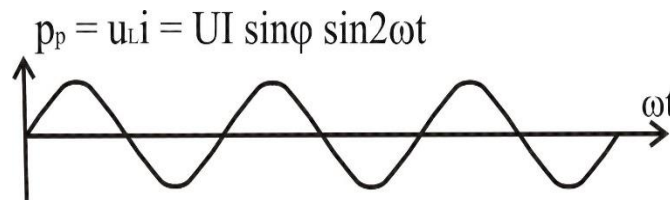
1. Мгновенная активная мощность $p_a = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t)$ – для рассматриваемой нагрузки это мгновенная мощность, которая выделяется на активном сопротивлении R .



p_a – это гармоническая функция с частотой изменения 2ω и средним значением $P = UI \cos \varphi = U_R I$

$p_a \geq 0$ – всегда положительна, т.е. активная мощность характеризует потребляемую энергию, которая необратимо преобразуется в другие виды – тепловую, механическую и т.д.

2. Мгновенная реактивная мощность – $p_p = UI \sin \varphi \sin 2\omega t$ – это строго гармоническая функция – среднее значение за период равно 0.



Реактивная энергия не потребляется, происходит периодический обмен этой энергией между источником и реактивными элементами цепи – индуктивностями и конденсаторами (или между ними).

Реактивная энергия – это энергия электрического поля конденсаторов или магнитного поля катушек индуктивности. Частота изменения 2ω – в два раза выше частоты сети, амплитуда $Q = U I \sin \varphi = U_L I$

Таким образом, в цепях переменного тока мы имеем три различные мощности:

Активная мощность $P = U I \cos \varphi$ [Ватт]



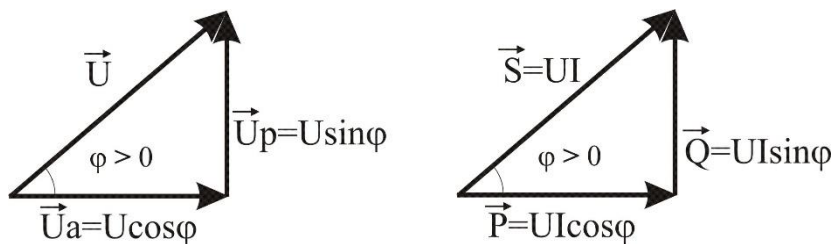
Реактивная мощность $Q = U I \sin \varphi$ [ВАр]

Полная мощность $S = U I$ [ВА]

S – это геометрическая сумма активной и реактивной мощности, характеризует полную энергию, передаваемую по ЛЭП.

Но $P \perp Q$ – ортогональны (см. закон изменения мгновенной мощности)

$$\Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U I$$



Удобные формулы для расчета мощности

$$P = UI \cos \varphi = I^2 R = U^2 g$$

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 X = U^2 b$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = I^2 Z = U^2 y$$

$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{R}{Z} = \frac{g}{y}$ – коэффициент мощности, показывает, какую часть от полной энергии, передаваемой по линии, составляет активная, т.е. потребляемая или полезная энергия.

Список использованных источников:

1. Toirov, Olimjon, et al. "Power Losses Of Asynchronous Generators Based On Renewable Energy Sources." *E3S Web of Conferences*. Vol. 434. EDP Sciences, 2023.



2. Муминов, Махмуджон Умурзакович, and Абдурахмон Юлдашевич Сотиболдиев. "Разработка бесщёточного мини гидро-солнечного синхронного генератора." *Universum: технические науки* 1-3 (94) (2022): 43-45.
3. Tursunboyevich, Sarvar Ganiev, and Abduraxmon Sotiboldiyev Yuldashevich. "YUQORI ENERGETIK SAMARADORLIKKA EGA VENTILYATSIYA TIZIMINI YARATISHNING ZAMONAVIY TENDENTSIYALARI." *Лучшие интеллектуальные исследования* 11.5 (2023): 195-201.
4. Yuldashevich, Sotiboldiyev Abduraxmon, Yoldoshev Ozodbek Nodirovich, and Bekmurodov Elmurod Dilmurod o'g'li. "QAYTA TIKLANUVCHAN ENERGIYA MANBALARIDAN FOYDALANISH TAHLILI." *TADQIQOTLAR* 30.3 (2024): 3-12.
5. Yuldashevich, Sotiboldiyev Abduraxmon, and Bekmurodov Elmurod Dilmurod o'g'li. "O 'ZBEKISTONDA KICHIK GIDRO ENERGETIK RESURSLARIDAN FOYDALANISH HOLATI VA IMKONIYATI." *TADQIQOTLAR* 30.3 (2024): 19-25.
6. Yuldashevich, Abduraxmon Sotiboldiyev. "MIKROGIDROELEKTROSTANSIYA DETALLARI UCHUN MATERIALLAR TANLASH." *Journal of new century innovations* 43.2 (2023): 42-46.
7. Muminov, M. U., A. Yu Sotiboldiyev, and M. M. Gulomaliev. "MIKROGES GIDROAGREGAT MEKANIZMLARINI TADQIQ ETISH." *Евразийский журнал технологий и инноваций* 2.3 (2024): 7-10.
8. Yuldashevich, Sotiboldiyev Abduraxmon, and Yoldoshev Ozodbek Nodirovich. "SHAMOL ENERGETIKASINING RIVOJLANISH TARIXI." *TADQIQOTLAR* 30.3 (2024): 13-18.



9. Abduraxmon, Abduraxmon, and Ozodbek Yoldoshev. "QUYOSH BATAREYASI YORDAMIDA ISHLAYDIGAN NASOSLARNI AFZALLIK TOMONLARI." *Ta'limning zamonaviy transformatsiyasi* 3.1 (2024): 101-105.
10. Muminov, M. U., et al. "Analysis of the state of the issue and review of the application of renewable energy sources to power excitation systems of synchronous machines." *JOURNAL OF ENGINEERING, MECHANICS AND MODERN ARCHITECTURE* 3.2 (2024): 34-37.
11. Yuldashevich, Sotiboldiyev Abduraxmon. "MIKRO GIDROELEKTRSTANSIYALAR RIVOJLANISHIDA JAHON TAJRIBASI." (2023): 208-215.
12. Muminov, Makhmudzhon, et al. "Investigation of automobile generator G-273 A with excitation from photovoltaic converter." *E3S Web of Conferences*. Vol. 563. EDP Sciences, 2024.
13. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=qZS0wPwAAAAJ&citation_for_view=qZS0wPwAAAAJ:u9iWguZQM_MsC
14. Jabborov, I. R. (2023). KICHIK QUUVATLI MIKRO GESNING O‘ZBEKISTON ENERGETIKASIDA TUTGAN O‘RNI VA ULARNING RIVOJLANISH BOSQICHLARI. *Research Focus International Scientific Journal*, 2(5), 41-47.
15. Jabborov, I. R., & Usmanaliyeva, I. A. (2022). KICHIK QUUVATLI MIKROGESLARNI ERKIN OQIMLI DARYO VA KANALLARDA QO‘LLASH UCHUN MOSLASHTIRISH. *World scientific research journal*, 3(1), 217-221



- 16.** Yuldashev, Elmurod Umaraliyevich, and Mohinur Abduxakim qizi Yuldasheva. "KONVEYER TRANSPORTINI ELEKTR YURITMASINI TESKARI ALOQALI DATCHIKLARI VOSITASIDA BOSHQARISH."
- 17.** Shodiyev, Oqiljon Abdurashit O'G'Li, et al. "KONVEYER TRANSPORTINING ENERGIYA SAMARADORLIGINI OSHIRISH USULLARI VA TEXNIK YECHIMLARINI ISHLAB CHIQISH." *Academic research in educational sciences* 4.2 (2023): 285-291.