

INTERVALLAR USULI

Xoliqova Gulshan Komil qizi
Xonobod shahar kasb-hunar maktabi

Annotatsiya. Biz ushbu maqolada interval usuli haqida ma'lumot berdik. Hamda, uni qasi tildan olingani va intervalni qo'llash usullarini misollar orqali tushuntirdik.

Kalit so'zlar: interval, masofa, son o'qi, matematika, to'plam.

Interval (lotincha intervallum — oraliq, masofa) (matematikada) — ikki son (nukta) orasida joylashgan barcha son (nukta) lar to'plami. Interval sonlar orasidagi masofani aniqlaydi.¹

Tengsizliklarni yechishda kopincha intervallar usuli qollaniladi. Bu usulni misollarda tushuntiramiz.

1-masala. x ning qanday qiymatlarida x^2-4x+3 kvadrat uchhad musbat qiymatlar, qanday qiymatlarida esa manfiy qiymatlar qabul qilishini aniqlang.

$x^2-4x+3=0$ tenglamaning ildizini topamiz:

$$x_1=1, \quad x_2=3.$$

Shuning uchun $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$.

$x=1$ va $x=3$ nuqtalar (22-rasm) son oqini uchta oraliqqa boladi:

$x < 1$, $1 < x < 3$, $x > 3$.

$1 < x < 3$ oraliq singari $x < 1$, $x > 3$ oraliqlar ham intervallar deyiladi.

Son oqi boyicha ongdan chapga harakat qilib, $x > 3$ intervalda $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$ uchhad musbat qiymatlar qabul qilishini koramiz, chunki bu holda ikkala $x-1$ va $x-1$ kopaytuvchi ham musbat.

Keyingi $1 < x < 3$ intervalda shu uchhad manfiy qiymat qabul qiladi va, shunday qilib, $x=3$ nuqta orqali otishda ishorasini ozgartiradi. Bu hol shuning uchun ham sodir boladiki, $(x-1)(x-3)$ kopaytmada $x=3$ nuqta orqali otishda $x-1$ kopaytuvchi ishorasini ishorasini ozgartirmaydi, $x-3$ kopaytuvchi esa ishorasini ozgartiradi.

$x=1$ nuqta orqali otishda uchhad yana ishorasini ozgartiradi, chunki $(x-1)(x-3)$ kopaytmada birinchi $x-1$ kopaytuvchi ishorasini ozgartiradi, ikkinchi $x-3$ kopaytuvchi esa ozgartirmaydi.

Demak, son oqi boyicha ongdan chapga qarab harakat qilib bir intervaldan qoshni intervalga ota borganda $(x-1)(x-3)$ kopaytmaning ishorasi almasha boradi.

Shunday qilib,

¹ Pickover, Clifford A. The Math Book: From Pythagoras to the 57th Dimension, 250 Milestones in the History of Mathematics. Sterling Publishing Company, 2009 — 84-bet. ISBN 1402757964.

$$x^2 - 4x + 3$$

kvadrat uchhadning ishorasi haqidagi masalani quyidagi usul bilan yechish mumkin.

$x^2 - 4x + 3 = 0$ tenglamaning ildizlarini son oqida belgilaymiz. Ular son oqini uchta intervalga ajratadi (22-rasm). $x > 3$ intervalda $x^2 - 4x + 3$ uchhadning usbat bolishini aniqlab, uchhadning qolgan intervallardagi ishoralarini almasha boradigan tartibda belgilaymiz (23-rasm). 23-rasmdan korinib turibdiki, $x < 1$ va $x > 3$ bolganda $x^2 - 4x + 3 > 0$, $1 < x < 3$ bolganda esa $x^2 - 4x + 3 < 0$.

Qarab chiqilgan usul intervallar usuli deyiladi. Bu usuldan kvadrat tengsizliklarni va ba'zi tengsizliklarni yechishda foydalaniladi.

Masalan, 1-masalani yechganda biz aslida $x^2 - 4x + 3 > 0$ va $x^2 - 4x + 3 < 0$ tengsizliklarni intervallar usulida yechdik.

2-masala. $x^3 - x < 0$ tengsizlikni yeching.

$x^3 - x$ kophad kopaytuvchilarga ajratamiz:

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1).$$

Demak, tengsizlikni bunday yozish mumkin:

$$(x + 1)x(x - 1) < 0.$$

Son oqida -1 , 0 , va 1 nuqtalarni belgilaymiz. Bu nuqtalar son oqini tortta intervalga ajratadi (24-rasm):

$$x < -1, -1 < x < 0, 0 < x < 1, x > 1.$$

$x > 1$ bolganda $(x + 1)x(x - 1)$ kopaytmaning hamma kopaytuvchilari musbat, shuning uchun $x > 1$ intervalda $(x + 1)x(x - 1) > 0$ boladi. Qo'shni intervalga otishda kopaytma ishorasining almashishini e'tiborga olib, har bir interval uchun $(x + 1)x(x - 1)$ kopaytmaning ishorasini topamiz (25-rasm).

Shuning uchun, tengsizlikning yechimlari x ning $x < -1$ va $0 < x < 1$ intervallardagi barcha qiymatlari boladi.

Javob: $x < -1, 0 < x < 1$.

3-masala. $(x^2 - 9)(x + 3)(x - 2) > 0$ tengsizlikni yeching.

Berilgan tengsizlikni quyidagi korinishda yozish mumkin:

$$(x + 3)^2(x - 2)(x - 3) > 0. \quad (1)$$

Barcha $x \neq -3$ da $(x + 3)^2 > 0$ bolgani uchun $x \neq -3$ da (1) tengsizlikning yechimlari toplami

$$(x - 2)(x - 3) > 0 \quad (2)$$

tengsizlikning yechimlari toplami bilan ustma-ust tushadi.

$x = -3$ qiymat (1) tengsizlikning yechimi bolmaydi, chunki $x = -3$ bolganda tengsizlikning chap qismi 0 ga teng.

(2) tengsizlikni intervallar usuli bilan yechib, $x < 2, x > 3$ ni hosil qilamiz (26-rasm).

$x = -3$ berilgan tengsizlikning yechimi bolmasligini e'tiborga olib, oxirida javobni bunday yozamiz:

$x < -3$, $-3 < x < 2$, $x > 3$.

4-masala. Ushbu tengsizlikni yeching:

Kasrning surat va maxrajini kopaytuvchilarga ajratib quyidagini hosil qilamiz:

Son oqida kasrning surat yoki maxraji nolga aylanadigan -3 ; -1 ; 1 ; 4 nuqtalarni belgilaymiz. Bu nuqtalar son to'g'ri chizigini beshta intervalga ajratadi. $x > 4$ bolganda kasrning surat va maxrajidagi barcha kopaytuvchilar musbat va shuning uchun kasr musbat.

Bir intervaldan keyingisiga otishda lasr ishorasini ozgartiradi, shuning uchun kasrning ishoralarini 27-rasmdagidek qoyish mumkin. $x = -3$ va $x = 1$ qiymatlar (3) tengsizlikni qanoatlantiradi, $x = -1$ va $x = 4$ bopganda esa kasr ma'noga ega emas. Shunday qilib, berilgan tengsizlik quyidagi yechimlarga ega:

$x \leq -3$, $-1 < x < 1$, $x > 4$.

Tengsizliklar yechimini misollar yordamida ko'rib chiqishdan oldin, asosiy tushunchalarni tushunib olaylik.

Tengsizliklar haqida umumiy ma'lumot

Tengsizlik vazifalar munosabat belgilari bilan bog'langan ifoda deyiladi> „ Tengsizliklar ham raqamli, ham alifbo tartibida bo'ladi.

O'zaro munosabatlarning ikkita belgisiga ega bo'lgan tengsizliklar juftlik, uchtalik va boshqalar deyiladi. Masalan:

$a(x) > b(x)$,

$a(x) \leq b(x)$,

$a(x) \geq b(x)$.

$a(x) > b(x)$ yoki belgisini o'z ichiga olgan tengsizliklar qat'iy emas.

Tengsizlikni hal qilish bu tengsizlik haqiqiy bo'lgan o'zgarishlarning har qanday qiymati.

"Tengsizlikni hal qiling" degan ma'noni anglatadi, uning ko'p echimlarini topish kerak. Har xil tengsizliklarni hal qilish usullari... Uchun tengsizlik echimlari cheksiz sonlar qatoridan foydalaning. Masalan, tengsizlik yechimi $x > 3$ - 3 dan +gacha bo'lgan interval va 3 raqami bu intervalga kiritilmagan, shuning uchun to'g'ri chiziqdagi nuqta bo'sh aylana bilan ko'rsatiladi, chunki tengsizlik qattiq.²

Javob: $x \in (3; +\infty)$ bo'ladi.

$x = 3$ qiymati echimlar to'plamiga kiritilmagan, shuning uchun qavs dumaloq. Cheksizlik belgisi har doim qavs bilan o'ralgan. Belgi "tegishli" degan ma'noni anglatadi.

Keling, boshqa imzolangan misol yordamida tengsizliklarni qanday hal qilishni ko'rib chiqaylik:

² Корбин, Генри (1998). Путешествие и посланник: Иран и философия. (Wayback Machine saytida 2023-05-24 sanasida arxivlangan) Книги Северной Атлантики. С. 44.

x^2

-+

$X = 2$ qiymati echimlar to'plamiga kiritilgan, shuning uchun qavs kvadrat bo'lib, chiziqdagi nuqta to'ldirilgan doira bilan belgilanadi.

Javob shunday bo'ladi: x .

Keling, olingan bilimlarni umumlashtiramiz.

Aytaylik, tengsizliklar tizimini hal qilish kerak: $\begin{cases} f_1(x) > f_2(x) \\ g_1(x) > g_2(x) \end{cases}$ (holatlar).

Keyin interval $(x_1; x_2)$ birinchi tengsizlikning echimi bo'ladi.

Interval $(y_1; y_2)$ - ikkinchi tengsizlikning yechimi.

Tengsizliklar tizimining echimi - har bir tengsizlikning echimlarining kesishishi.

Tengsizliklar tizimlari nafaqat birinchi tartibdagi tengsizliklardan, balki boshqa har qanday tengsizlik turlaridan ham iborat bo'lishi mumkin.

Tengsizliklar tizimini echishning muhim qoidalari.

Agar tizimning tengsizliklaridan birining echimi bo'lmasa, butun tizimning ham echimi yo'q.

Agar o'zgaruvchining har qanday qiymatlari uchun tengsizliklardan biri qondirilsa, u holda tizimning echimi boshqa tengsizlikning echimi bo'ladi.

Misollar.

Tengsizliklar tizimini eching: $\begin{cases} x^2 - 16 > 0 \\ x^2 - 8x + 12 \leq 0 \end{cases}$ (holatlar).

Yechim.

Keling, har bir tengsizlikni alohida hal qilaylik.

$x^2 - 16 > 0$.

$(x-4)(x+4) > 0$.

Keling, ikkinchi tengsizlikni hal qilaylik.

$x^2 - 8x + 12 \leq 0$.

$(x-6)(x-2) \leq 0$.

Tengsizlikning echimi - bo'shliq.

Keling, ikkala intervalni bitta to'g'ri chiziq ustida chizamiz va kesmani topamiz.

Intervallarning kesishishi - segment $(4; 6]$.

Javob: $(4; 6)$.

Tengsizliklar tizimini echish.

a) $\begin{cases} 3x + 3 > 6 \\ 2x^2 + 4x + 4 > 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 3 > 6 \\ 2x^2 + 4x + 4 > 0 \end{cases}$ (holatlar).

Yechim.

a) Birinchi tengsizlikning $x > 1$ yechimi bor.

Keling, ikkinchi tengsizlik uchun diskriminantni topaylik.

$\$ D = 16-4 * 2 * 4 = -16 \$$. $\$ D$ Tengsizliklardan birining yechimi bo'lmasa, butun tizimning echimlari bo'lmagan qoidani eslang.

Javob: Hech qanday yechim yo'q.

B) Birinchi tengsizlikning $x > 1$ yechimi bor.

Ikkinchi tengsizlik hamma x uchun noldan katta. Keyin tizimning yechimi birinchi tengsizlikning echimiga to'g'ri keladi.

Javob: $x > 1$.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Корбин, Генри (1998). Путешествие и посланник: Иран и философия. (Wayback Machine saytida 2023-05-24 sanasida arxivlangan) Книги Северной Атлантики. С. 44.
2. Pickover, Clifford A. The Math Book: From Pythagoras to the 57th Dimension, 250 Milestones in the History of Mathematics. Sterling Publishing Company, 2009 — 84-bet. ISBN 1402757964.
3. Montgomery, Scott L., Kumar, Alok. A History of Science in World Cultures: Voices of Knowledge, Routledge, 2016. ISBN 0415639832.