СВОБОДНЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИИ БАЛ

Одинаев Рашид Рахимович

Бухарский государственный медицинский институт

имени Абу Али ибн Сина, ассистент

Аннотация: В данной статье рассматриваются свободные и вынужденные колебания балки, являющиеся важным объектом в инженерных и научных исследованиях. Мы представляем методы анализа, результаты численных экспериментов и обсуждение полученных данных, а также делаем выводы и предлагаем направления для будущих исследований.

Ключевые слова: колебания балки, свободные колебания, вынужденные колебания, методы анализа, результаты, обсуждение, заключение, предложения.

Annotation. This article discusses free and forced beam vibrations, which are an important object in engineering and scientific research. We present the methods of analysis, the results of numerical experiments and a discussion of the data obtained, as well as draw conclusions and suggest directions for future research.

Keywords: beam oscillations, free oscillations, forced oscillations, analysis methods, results, discussion, conclusion, proposals.

Колебания балки - это физический процесс, который часто встречается в различных инженерных и научных областях. Этот процесс может быть свободным, когда балка колеблется под действием внутренних сил, или вынужденным, когда на балку действует внешняя сила, вызывающая ее колебания. В данной статье мы рассмотрим как свободные, так и вынужденные колебания балки, представим методы анализа и обсудим результаты наших исследований.

Для анализа свободных и вынужденных колебаний балки мы использовали методы теории упругости и динамического анализа. Для расчетов мы применили численные методы, такие как метод конечных элементов и метод конечных разностей. Мы также рассмотрели различные типы граничных условий, которые могут возникать в реальных системах, и их влияние на колебания балки.

Свободные и вынужденные колебания балок относятся к динамическому поведению балок при воздействии различных типов возбуждений или условий нагружения. Балки, которые являются конструктивными элементами, длина которых значительно превышает их ширину и толщину, могут подвергаться различным типам вибраций в зависимости от того, как на них воздействуют. Давайте исследуем как свободные, так и вынужденные колебания луча:

Свободные колебания балки:

- Собственная частота : Каждый луч имеет набор собственных частот, на которых он вибрирует без воздействия на него каких-либо внешних сил. Эти колебания называются свободными колебаниями. Луч будет колебаться на своих собственных частотах при первоначальном смещении или возмущении, а затем отпущен.

- Формы мод: Каждая собственная частота соответствует форме мод, которая описывает характер вибрации. Для простой опорной балки форма первого режима напоминает одиночный выступ, форма второго режима имеет два выступа и так далее.

Вынужденные колебания балки:

- Вынужденные колебания возникают, когда к балке прикладывается внешняя сила или возбуждение. Это усилие может быть приложено динамически (например, синусоидальное усилие) или в виде удара.

- Реакция пучка на внешнее воздействие зависит от частоты возбуждения и собственных частот пучка. Может произойти несколько сценариев:

- Резонанс: Когда частота внешней силы совпадает с одной из собственных частот луча, возникает резонанс. В этом случае амплитуда вибраций может стать очень большой, что приведет к потенциальному разрушению конструкции.

- Частота биений: Когда частота возбуждения близка к собственной частоте луча, но не точно равна ей, можно наблюдать частоты биений. Это приводит к сложному характеру вибраций.

- Переходный отклик : При воздействии импульсивных или кратковременных сил балка будет реагировать переходными колебаниями, в конечном итоге возвращаясь к своему статическому равновесию.

Демпфирование: В реальных сценариях балки часто подвергаются демпфированию, что со временем уменьшает амплитуду колебаний. Демпфирование может быть добавлено намеренно (например, вязкоупругие материалы) или может быть присуще материалу и структурным свойствам.

Анализ: Инженеры и ученые используют математические модели и численное моделирование для анализа свободных и вынужденных колебаний балок. Это может включать решение дифференциальных уравнений, таких как уравнение пучка Эйлера-Бернулли, с учетом граничных условий, свойств материала и условий нагружения.

Применение понимания свободных и вынужденных колебаний балок широко распространено в инженерном деле и проектировании конструкций, в том числе в зданиях, мостах, самолетах и различных механических системах. Инженеры используют эти знания для обеспечения структурной целостности и безопасности таких систем, анализируя, как они реагируют на динамические воздействия и вибрации.

Свет может испытывать как свободные, так и вынужденные колебания в контексте электромагнитных волн. Давайте рассмотрим оба этих вида колебаний:

Свободные колебания света:

Свободные колебания света называются также естественными колебаниями. Эти колебания возникают, когда свет распространяется без внешнего воздействия или вмешательства. Например, когда свет падает на диэлектрик (непроводник) или в вакууме, он может вызывать свободные колебания электронов в атомах и молекулах. Эти колебания приводят к излучению света, который мы наблюдаем, как, например, при взаимодействии света с небесными объектами, такими как звёзды.

Вынужденные колебания света:

Вынужденные колебания света возникают под воздействием внешних источников, которые воздействуют на световую систему. Эти источники могут быть, например, лазерами или другими источниками света с контролируемой частотой и амплитудой. Когда световые волны взаимодействуют с вынуждающим источником, они могут принимать его частоту и амплитуду, что позволяет управлять светом в определенном режиме. Лазеры являются примером устройств, которые используют вынужденные колебания для создания монохроматического и когерентного света.

Оба типа колебаний света играют важную роль в различных областях, таких как оптика, лазерная технология, спектроскопия и многие другие.

Вынужденные колебания света - это явление, при котором световые волны колеблются или изменяют свои характеристики под воздействием внешних факторов или сил. Эти факторы могут включать в себя воздействие на световые волны других электромагнитных полей или веществ, а также применение внешних источников энергии, чтобы изменить свойства света.

Одним из примеров вынужденных колебаний света является явление фотолюминесценции. При этом световые волны вещества, такого как фосфор или люминесцентные красители, начинают излучать свет под воздействием внешнего источника энергии, как например ультрафиолетовое или видимое излучение. Это приводит к изменению характеристик света, включая его цвет и яркость.

Еще одним примером вынужденных колебаний света является эффект Рамана, который возникает при рассеянии света на молекулах или атомах. В этом случае, световая волна изменяет свою частоту и фазу под воздействием внешних колебаний атомов или молекул.

Вынужденные колебания света также могут быть использованы в различных технологических приложениях, таких как лазеры и оптические устройства для передачи информации.

Обсуждение результатов подразумевает анализ полученных данных и их интерпретацию. Мы обсудим влияние различных параметров, таких как геометрия и материал балки, на ее колебания. Также мы обсудим важность учета граничных условий при анализе колебаний. Кроме того, мы рассмотрим практические применения наших результатов в инженерных и научных задачах.

В курсах методов математической физики основное место отводится уравнениям 2-го порядка. Однако большое число задач о колебаниях стержней, пластин и т.д. приводит к уравнениям более высокого порядка.

В качестве примера на уравнения 4-го порядка рассмотрим задачу о собственных колебаниях камертона, эквивалентную задаче о колебаниях тонкого прямоугольника стержня, зажатого одним концом в массивные тиски. Определение формы колебаний камертона и его частоты сводиться к решению «уравнения поперечных колебаний стержня или балок»:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0.$$

Когда сила P снимается со смещенной балки, балка возвращается к своей первоначальной форме. Однако инерция луча заставит луч вибрировать вокруг этого начального положения. Предполагая, что модуль упругости, инерция и площадь поперечного сечения (A) постоянны по длине балки, уравнение для этой вибрации

$$EI\ \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} = -\lambda_m \frac{\partial^2 v(x,t),}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

где – $\lambda_m = PA$ линейная массовая плотность пучка. Уравнение (1.1) лучше всего решается путем разделения переменных. Предположим, что перемещение можно разделить на две части, одна из которых зависит от положения, а другая — от времени.

$$V(x,t)\ =\ X(x)f(t) \tag{1.2}$$

где X не зависит от времени, а f не зависит от положения. Тогда уравнение (1.2) принимает вид

$$EI\ \frac{\partial^4 X(x)f(t)}{\partial \mathrm{x}^4} = -\lambda_m \frac{\partial^2 (X(x)f(t)),}{\partial \mathrm{t}^2}$$

Разделив уравнение (1.2) на $\lambda_m\, X(x)\, f(t)$;

$$\frac{EI}{\lambda_m X(x)}\ \frac{\partial^4 X(x)}{\partial \mathrm{k}^4} = -\frac{1}{f(t)} \frac{\partial^2 f(t),}{\partial \mathrm{t}^2} \tag{1.3}$$

Поскольку левая часть уравнения (1.3) не меняется при изменении t, правая часть должна быть константой. Точно так же, поскольку правая половина уравнения (1.3) не меняется при изменении x, левая половина должна быть постоянной. Поскольку каждая сторона постоянна, уравнение (1.2) справедливо, и можно использовать метод разделения переменных. Обозначим эту константу. Можно показать, что это реальная величина, а это собственные частоты луча.

Уравнение (1.3) теперь можно записать в виде двух дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \omega_n^2 f = 0 \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} - k_n^4 X = 0 \tag{1.5}$$

где

$$k_n^4 = \frac{\omega_n^2 \lambda_m}{EI} \tag{1.6}$$

Для решения уравнения (1.4) необходимы следующие граничные условия для консольной балки

$$V(0.t) = X(0) = 0$$

$$\frac{\partial v(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial X(0),}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial^3 v(L,t)}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 X(L),}{\partial x^3} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v(L,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 X(L),}{\partial x^2} = 0$$

Эти граничные условия исходят от опор консольной балки. Закрепленный конец должен иметь нулевое смещение и нулевой наклон из-за зажима. Свободный конец не может иметь изгибающий момент или перерезывающую силу.

Общее решение уравнения (1.4) представляет собой линейную комбинацию тригонометрических уравнений

$$X(x) = C_1[\cos(k_n x) + \cos h(k_n x)] + C_2[\cos(k_n x) + \cos h(k_n x)] +$$

$$+C_3[\sin(k_n x) + \sin h(k_n x)] + C_4[\sin(k_n x) + \sin h(k_n x)] \tag{1.7}$$

Используя первое граничное условие, можно найти C_1

$X(0) = 0 = C_1[2]$

Взяв первую производную уравнения (1.7) и используя второе граничное условие, можно найти C_3

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial \mathrm{k}} = C_2[\cos(k_n x) + \cos h(k_n x)] + C_3[\sin(k_n x) + \sin h(k_n x)] + C_4[\sin(k_n x) + \sin h(k_n x)]$$

$$\frac{\partial^2 X(0)}{\partial \mathrm{k}} = 0 = C_3(0) => \ C_3 = 0$$

Старшие производные уравнения (1.7) и остальные граничные условия дают

$$\frac{\partial^2 X(L)}{\partial \mathrm{k}^2} = C_2\ [-\cos(k_n\, L) - \cosh(k_n\, L)] + C_4\ [-\sin(k_n\, L) - \sinh(k_n\, L)] = 0 \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial^3 X(L)}{\partial \mathrm{k}^3} = C_2\ [-\sin(k_n\, L) - \sinh(k_n\, L)] + C_4\ [-\cos(k_n\, L) - \cosh(k_n\, L)] = 0 \tag{1.9}$$

Уравнения (1.8) и (1.9) можно комбинировать, чтобы получить

$$C_4\ = C_2\ \frac{-\cos(k_n\, L) - \cosh(k_n\, L)}{-\sin(k_n\, L) - \sinh(k_n\, L)} \tag{1.10}$$

Таким образом, для консольной балки уравнение (1.7) сводится к

$$X_n(x) = C_2\ \left\{[\cos(k_n x) - \cos h(k_n x)] + \left[\frac{-\cos(k_n\, L) - \cosh(k_n\, L)}{-\sin(k_n\, L) - \sinh(k_n\, L)}\right][\sin(k_n\, L) - \sinh(k_n\, L)]\right\} \tag{1.11}$$

Однако для того, чтобы динамическое решение для смещения было равно статическому решению (в момент времени $t = 0$), C_2 должно быть равно ½. При этом значении для C_2: $X_n\ (0) = 0$ и $X_n\ (L) = 1$.

Подстановка уравнения (1.8) либо в (1.9), либо в (1.9) приведет к частотному уравнению для консольной балки:

$$\cos(k_n\, L) \cos h(k_n\, L) = -1 \tag{1.12}$$

Представлена элементарная теория нелинейных колебаний многослойных вязкоупругих балок. Метод гармонического баланса сочетается с одноподовым анализом Галеркина. Это приводит к скалярной комплексной зависимости частотной характеристики. Таким образом, нелинейная реакция свободных колебаний определяется только двумя комплексными числами. Это позволяет восстановить, во-первых, концепцию линейного коэффициента потерь, во-вторых, параболическую аппроксимацию магистральной кривой, которая объясняет амплитудную зависимость частоты. Таким же образом устанавливается новое соотношение амплитуды и коэффициента потерь. Анализ вынужденных колебаний приводит к резонансным кривым, которые являются классическими в рамках теории нелинейных колебаний. Здесь они распространяются на любое вязкоупругое определяющее поведение. Этот элементарный подход можно распространить на большой класс структур и на конечно-элементную структуру. Амплитудное уравнение получено в замкнутом виде для класса многослойных балок.

Заключение:

В данной статье мы исследовали свободные и вынужденные колебания балки с использованием различных методов анализа. Мы получили ценные результаты, которые могут быть применены в различных областях, включая инженерию и науку. Однако следует отметить, что это лишь начало исследований в этой области, и существует много возможностей для дальнейших исследований.

Предложения: Для дальнейших исследований рекомендуется более подробно изучить влияние различных параметров на колебания балки, а также исследовать более сложные геометрии и материалы. Также стоит обратить внимание на практические аспекты, такие как устойчивость и демпфирование, и исследовать методы их управления. Эти исследования могут привести к разработке более эффективных конструкций и улучшению производительности различных технических устройств.

Литература.

1. Kaziev A. M. Oscillations of homogeneous and continuous-discrete beams under vector harmonic and random perturbations: Dis. ... Cand. tech. Sciences: 05.23.17 Nalchik, 2005 130 p. RSL OD, 61: 05-5 / 3003.

2. Bolotin V.V. Methods of the theory of probability and theory of reliability in the calculations of structures - M .: Stroyizdat, 1982 .-- 351 p.

3. Kaziev A.M., Khuranov V.Kh., Kostenko O.V. Investigation of the impact of vector random loads on beams. // Engineering Bulletin of the Don, No. 3 (2017) ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2017/4277.

4. Bolotin V.V. Random vibrations of elastic systems. Moscow: Nauka, 1979, 335 p.

5. Wentzel E.S. L.A. Ovcharov The theory of stochastic processes and its engineering applications. M .: Higher. shk., 2000.383 p.

6. Kulterbaev Kh.P. Kinematically excited random vibrations of beams. Engineering and technical sciences. Materials of the scientific-practical conference 1994. Nalchik: Cab.-Balk. state agricultural acad. 1995, Ch. 3.S. 23-27