

## СХЕМА СЛЕПОЙ ПОДПИСИ НА ОСНОВЕ ГОСТ Р 34.10-94

**Жумаев Тавлонбек**

*Национальный университет Узбекистана имени  
Мирзо Улугбека Прикладная математика и интеллектуальные  
технологии Студент 1 курса магистратуры по специальности  
«криптография и криптоанализ» (по направлениям)*

**Аннотация-** Подробно поясняется схема слепой подписи по ГОСТ 34.10-94. На данной схеме показано, как подписывать схему на примерах

**Abstract-** This GOST 34.10-94 blind signature scheme is explained in detail. This scheme shows how to sign the scheme in examples

**Ключевые слова:** слепой подписи, протокол, алгоритм, ключ

**Keywords:** Blind signature, protocol, algorithms, key

Стандарт ЭЦП ГОСТ Р 34.10-94 рекомендует использование простого числа  $p$ , такого что  $510 \leq |p| \leq 512$  бит либо  $1022 \leq |p| \leq 1024$  бит, где  $|p|$  — разрядность числа  $p$  в двоичном представлении, причем число  $p - 1$  содержит большой простой делитель,  $2^{255} \leq 7 \leq 2^{256}$  либо  $2^{511} \leq 7 \leq 2^{512}$  соответственно. Специфицируемые алгоритмы генерации и проверки ЭЦП используют число  $a < p$ , такое что  $a \neq 1$  и  $a^q \bmod p = 1$ . Вычисление ЭЦП осуществляется следующим образом:

1. Генерируется случайное число  $k$ ,  $1 < k < q$ .
2. Вычисляется значение  $K = (a^k \bmod p)$ , являющееся первой частью подписи.
3. По стандарту ГОСТ Р 34.11-94 вычисляется хэш-функция  $H$  от подписываемого сообщения.
4. Вычисляется вторая часть подписи:  $S = kH + zR \bmod q$ , где  $z$  — секретный ключ.

Если  $S=0$ , процедура генерации подписи повторяется. Процедура проверки подлинности ЭЦП:

1. Проверяются выполнение условий  $r < q$  и  $s < q$ . Если они не выполняются, то подпись признается недействительной.
2. Вычисляется значение
$$R' = (a^{S/H} y^{R/H} \bmod p) \bmod q.$$
3. Сравниваются значения  $R$  и  $R'$ . Если  $R = R'$ , то подпись признается действительной.

При построении протокола слепой подписи на основе стандарта ГОСТ Р 34.10-94, приводимого далее, используются два "ослепляющих" множителя,

задаваемых в виде  $u$  и  $a^e$ , которые использовались при построении схемы слепой подписи на основе алгоритма ЭЦП Шнорра (см. разд. 3.7). Кроме того, используется два дополнительных "ослепляющих" параметра  $\tau$  и  $\delta$ , применение которых связано со спецификой проверочного уравнения, регламентируемого стандартом. Протокол слепой подписи на основе указанного стандарта реализуется следующим образом:

1. Подписывающий генерирует случайное число  $k < q$ , вычисляет значение  $p = a^k \bmod p$  и направляет его пользователю А, который намерен представить некоторое электронное сообщение  $M$  для получения слепой подписи.

2. Пользователь А генерирует случайные значения  $\mu, \epsilon, \delta, \tau, \epsilon \in \{1, 2, \dots, q - 1\}$ , вычисляет значения  $p' = p^{1/\delta} y^\mu a^\epsilon \bmod p$ ,  $R' = p' \bmod q$ ,  $H = H'\tau \bmod q$  и  $R = \delta\tau(R' + \mu H') \bmod q$ , где  $H'$  — значение хэш-функции от подписываемого документа, вычисленное по стандарту ГОСТ Р 34.11-94 (или по другому специфицированному алгоритму вычисления хэш-функции, значение которой имеет размер не менее 160 бит). Значение  $R'$ , которое остается неизвестным подписывающему, представляет собой первый элемент формируемой подписи.

3. Пользователь А отправляет подписывающему значения  $R$  и  $H$ , из которых нельзя вычислить ни  $R'$ , ни  $H'$ , поскольку для любой пары  $(R', H')$  существует пара значений  $(\tau, \mu)$ , которые связывают  $(R', H')$  с полученной парой значений  $(R, H)$ .

4. Подписывающий вычисляет значение  $S = kH + zR \bmod q$ , где  $z$  — его секретный ключ, передает вычисленный элемент слепой подписи пользователю А.

5. Пользователь А вычисляет значение  $S' = \delta^{-1} \tau^{-1} S + \epsilon H'$ , которое является вторым элементом подписи.

Полученная в соответствии с этим протоколом ЭЦП  $(R', S')$  является подлинной, т. е. она вместе с хэш-значением  $H'$  от сообщения  $M$  проходит уравнение проверки подписи, регламентируемое стандартом ГОСТ Р 34.10-94. Действительно, корректность описанного протокола доказывается следующим путем.

*Доказательство корректности.* Элемент слепой подписи  $S$  вычисляется на шаге 4 по формуле  $S = kH + zR \bmod q$ , из которой с учетом того, что число  $a$  имеет порядок  $q$  по модулю  $p$ , следует справедливость сравнения  $a^S = a^{kH} a^{zR} \bmod p$ , из которого имеем  $p = a^k = a^{S/H} a^{-zR/H} \bmod p$ . Учитывая, что  $R' = (\delta^{-1} \tau^{-1} R - \mu H') \bmod q$ , вычислим правую часть проверочного уравнения в случае проверяемой подписи  $(R', S')$  и значения хэш-функции  $H'$ :

$$(a^{S'/H'} y^{-R'/H'} \bmod p) \bmod q = (a^{\delta^{-1} \tau^{-1} S + \epsilon H'/H'} y^{\delta^{-1} \tau^{-1} R - \mu H'/H'} \bmod p) \bmod q =$$

$$= (a^{(S/\delta H^{\tau})+\epsilon} y^{(-R/\delta H^{\tau})+\mu} \bmod p) \bmod q = ((a^{S/H} y^{-R/H})^{1/\delta} a^{\epsilon} y^{\mu} \bmod p) \bmod q = (p^{1/\delta} a^{\epsilon} y^{\mu} \bmod p) \bmod q = p' \bmod q = R'.$$

Правая часть проверочного уравнения равна элементу  $R'$  проверяемой подписи, следовательно, подпись  $(R', S')$  к сообщению  $M$  является подлинной.

Рассмотренный протокол обеспечивает анонимность пользователя, предоставляющего документ для получения коллективной подписи вслепую, т. е. при предъявлении подписи  $(R', S')$  к сообщению  $M$  подписавший не может установить пользователя, который предоставлял ему этот документ на подпись, с вероятностью выше значения  $d/N$ , где  $N$  — количество документов подписанных (данным подписывающим) с помощью протокола слепой подписи;  $d$  — число документов, предоставлявшихся данным пользователем. Это требование выполняется, если любая подпись  $(R', S')$  может быть с равной вероятностью отнесена к каждой из  $N$  выполненных процедур протокола слепой подписи (предполагается, что все значения, получаемые подписывающим в процессе протокола, регистрируются им). Описанный протокол удовлетворяет этому требованию.

Действительно, любая четверка значений  $(p, K, \delta, H)$  из множества таких четверок, которые известны подписывающему, может быть ассоциирована с произвольной подлинной подписью

$(R', S')$  к произвольному сообщению, представленному значением хэш-функции  $H'$ . Это связано с тем, что четверка  $(p, R, S, H)$  и тройка  $(R', S', H')$  в соответствии с протоколом связаны случайными параметрами  $\mu, \epsilon, \delta$  и  $\tau$ . Для произвольно заданных четверки и тройки значения  $\mu, \epsilon, \delta$  и  $\tau$  вычисляются однозначно следующим путем. Вычисляется множитель  $t = H/H' \bmod q$ , значение  $p' = a^{S/H} y^{-R/H} \bmod p$  и логарифм  $L = \log_a p'$  по  $\bmod p$  (так как значение  $p'$  есть цело

численная степень числа  $a$ , то указанное значение логарифма существует и является единственным в области  $L < q$ ). Учитывая, что  $\log_a p' = k/\delta + z\mu + \epsilon$ , получаем следующую систему из трех линейных уравнений с тремя неизвестными  $\delta^{-1}, \mu$  и  $\epsilon$ :

$$\begin{aligned} k \delta^{-1} + z\mu + \epsilon &= L \bmod q \\ \delta^{-1} R \tau^{-1} - \mu H' &= R' \bmod q \\ \delta^{-1} S \tau^{1+\epsilon} H' &= S' \bmod q \end{aligned}$$

Вероятность того, что главный определитель этой системы равен нулю, пренебрежимо мала, а именно равна  $q^{-1} < 2^{-160}$ , поэтому практически всегда данная система будет иметь решение. Это означает, что подписывающий может ассоциировать данную тройку  $(R', S', H')$  с каждой из сохраненных им (в процессе выполнения протокола слепой подписи) четверок  $(p, R, S, H)$ . При равновероятном случайном выборе значений  $\mu, \epsilon$  и  $\tau$  на шаге 2 протокола

тройка  $(R', S', H')$ , сформированная по протоколу слепой подписи, с равной вероятностью могла бы быть порождена из любой тройки  $(p, R, S, H)$ , фигурировавшей в одной из  $N$  выполненных процедур слепого подписывания сообщений.

#### Используемая литература

1. Н. А. Молдовян . Протоколы Коллективной Подписи на Основе Свертки Индивидуальных Параметров 230 с
2. Tuan Nguyen Kim<sup>1</sup>, Duy Ho Ngoc<sup>2</sup> and Nikolay A. Moldovyan Collective Signature Protocols For Signing Groups Based On Problem Of Finding Roots Modulo Large Prime Number
3. Moldovyan.N.A Digital Signature Scheme Based on a New Hard Problem // Computer Science Journal of Moldova 2008
4. Lee E, Park J.H. Cryptanalysis of the public key Encryption Based on Braid Groups // Advances in Cryptology – Eurocrypt 2003 / Lecture Notes in Computer Science .Springer Verlag