TALABALARGA TOPOLOGIYA FANINI O'QITISHDA ISHBOTLASH KO'NIKMALARINI SHAKLLANTIRISH

Tojinorova Maxliyo Murodjon qizi
Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutida assistent
Axmedov Quanishbek Nizomiddinovich
Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutida assistent
Tojinorova Gulirano Murodjon qizi
yosh izlanuvchi

Annotatsiya: Ushbu maqola topologiya ta'rifi bilan ochiladi va keyin unga bag'ishlanadi. Ya'ni chekli topologik fazolar, diskret va diskret bo'lmagan fazolar va chekli-yopiq topologiyaga ega bo'lgan fazolar tushunchalarini ochib berishga bag'ishlanadi.

Kalit so'z: Topologik fazo, chekli topologik fazo, diskret va diskret bo'lmagan fazolar, to'plamosi, chekli-yopiq to'plamlar

Kirish. Tennis, hokkey, futbol va basketbolga o'xshagan o'yinlar qizqarli ko'rinishi mumkin lekin ularni birinchi o'ynaganda o'yin qoidalarini (ba'zilarini) bilish muhim. Matematikada ham xuddi shunday. Shunday qilib, topologiyaga kirishdan oldin uni shartlarini yaxshi anglab olishdan boshlash kerak.

Topologiya, matematikaning gruppalar nazariyasiga o'xshagan boshqa bo'limlari kabi aksiomatik fandir. Biz aksiomalar to'plamidan boshlaymiz va masala va teoremalarni isbotlashda aksiomalardan foydalanamiz. Chunki yozayotganlaringizni isboti bilan yozish qobilyati juda ham muhimdir.

Nega isbot shunchalik muhim?

Tasavvur qiling bizga bino qurish vazifasi topshirildi. Tabiiyki, ishni poydevor quyishdan boshlaymiz. Bizning hozirgi holatimizda esa bu aksioma va ta'riflar poydevor vazifasini bajaradi. Qolgan har bir narsa uni ustiga quriladi. Har bir ta'rif va teoramalar bilimlarning yangi darajasini taqdim etadi va bu oldingi daraja bilan chambarchas bog'lanishi kerak. Biz avvalgi bilimlarni isbotlash orqali yangilarini mustahkamlaymiz. Shunday qilib ta'rif va teoremalar bilimlarning cho'qqisi tomon yetaklaydi. Bu borada isbotlar juda muhim, ularsiz struktura chippakka chiqishi mumkin.

Xo'sh matematik isbot nima o'zi?

Matematik isbot bu sizga berilgan ma'lumot bilan chuqur fikr yuritishga sabab bo'ladigan baxs-munozara bilan boshlanib, mantiqiy muzokara bilan davom etuvchi va isboti so'ralgan jumla bilan yakunlanadi. Isbotni berilgan ma'lumotlarni yozib olishdan boshlanadi. Keyin esa nimani isbotlashingiz kerakligini bayon qilinadi. Agar berilgan yoki isbotlashingiz kerak bo'lgan ma'lumotlar ilmiy atamalarni o'z ichiga olsa, unda avval bu ilmiy atamalarni ta'

rifi bayon qilinadi. Har bir isbot to'liq va mukammal jumlalardan iborat bo'lishi muhim. Ushbu jumlalarning har biri oldingisini bayon qiladigan (i) ning natijasi bo'lishi kerak yoki allaqachon isbotlangan tushuncha, teorema yoki lemmani (ii) natijasi bo'lishi kerak.

Ushbu maqolada bir necha isbotlarni ko'rishingiz mumkin. Ammo e'tibor bering matematika tomoshabin sporti emas. U faqat ishtirokchilar o'yinidir. Isbotlar yozishni o'rganishning yagona yo'li ularni o'zingiz yozishga harakat qilishdir.

1.1.Topologiya

1.1.1.Ta'riflar. Bo'sh bo'lmagan X to'plam berilgan bo'lsin. X ning to'plamostilarining τ to'plam X da topologiya tashkil qiladi deyiladi agar

(i) X va bo'sh to'plam, Ø , tegishli τ ga,

(ii) τ dagi bir necha (chekli va cheksiz) sondagi to'plamlarning birlashmasi τ tegishli, va

(iii) τ dagi ikki to'plamlarning kesishmasi yana τ ga tegishli bo'lsa.

Bu yerda (X,τ) juftlik topologik fazo deyiladi.

1.1.2 Misol. $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ va
$\tau_1 = \{X, \emptyset, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d, e, f\}\}$ berilgan bo'lsin.

Bu holda τ_1 1.1.1.Ta'rifdagi shartlarni qanoatlantirgani uchun Xda topologiya tashkil qiladi.

1.1.3 Misol. $X = \{a, b, c, d, e,\}$ va $\tau_2 = \{X, \emptyset, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, e\}, \{b, c, d,\}\}$ berilgan bo'lsin. U holda, τ_2 tegishli bo'lgan ikkkita to'plamlar birlashmasi $\{c, d\} \cup \{a, c, e\} = \{a, c, d, e\}$ $\tau_2$tegishli bo'lmaydi va 1.1.1 Ta'rifning (ii) shartini qanoatlantirmaydi. Bundan kelib chiqadiki, τ_2 Xda topologiya tashkil qilmaydi.

1.1.4 Misol. $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ va
$\tau_3 = \{X, \emptyset, \{a\}, \{f\}, \{a, f\}, \{a, c, f\}, \{b, c, d, e, f\}\}$ berilgan bo'lsin. $\tau_3$ga tegishli bo'lgan ikkita to'plamlarning kesishmasi $\{a, c, f\} \cap \{b, c, d, e, f\} = \{c, f\}$, $\tau_3$ga tegishli bo'lmaganligi va yuqoridagi 1.1.1 Ta'rifni (iii) shartini qanoatlantirmaganligi sababli τ_3, Xda topologiya bo'la olmaydi.

1.1.5 Misol. Barcha natural sonlarning to'plami N (ya'ni, barcha musbat butun sonlar to'plami) va N, Ø va N ning chekli to'plamosilaridan tuzilgan τ_4 berilgan bo'lsin. U holda τ_4 N da toplogiya tashkil qilolmaydi chunki, τ_4 ning cheksiz to'plamosilarining birlashmasi yana o'ziga tegishli emas.

$$\{2\} \cup \{3\} \cup \{4\} \cup \ldots \cup \{n\} \cup \ldots = \{2, 3, 4, \ldots, n \ldots\}$$

Ya'ni, 1.1.1 Ta'rifning (ii) shartini qanoatlantirmaydi.

1.1.6.Ta'rif. Biror bo'sh bo'lmagan X to'plam va uning barcha to'plamostilaridan tuzilgan τ berilgan bo'lsin. U holda τ , X da aniqlangan diskret topologiya deyiladi va (X, τ) juftlik diskret fazo deyiladi.

Shuni takidlash lozimki, 1.1.6 ta'rifdagi τ, 1.1.1ta'rif shartlarini qanoatlantiradi, shunday ekan u haqiqatdan ham topologiyadir. Razm solsangiz, 1.1.6 ta'rifdagi X biror bir bo'sh bo'lmagan to'plam.

1.1.7. Ta'rif. Biror bo'sh bo'lmagan X to'plam va $\tau = \{X, \emptyset\}$ berilgan bo'lsin. U holda τ , X da aniqlangan diskret bo'lmagan topologiya deyiladi va (X, τ) juftlik diskret bo'lmagan fazo deyiladi.

1.1.8.Misol. Agar $X = \{a, b, c\}$to'plam va Xda aniqlangan τ topologiya $\{a\} \in \tau$, $\{b\} \in \tau$ va $\{c\} \in \tau$ shartlarni qanoatlantirsa, τ ni diskret toplogiya bo'lishini aniqlang.

Isbot. Bizga τ topologiya va uni to'plamostilari bo'lgan $\{a\} \in \tau$, $\{b\} \in \tau$ va $\{c\} \in \tau$ berilgan bo'lsin. Bizdan τ diskret topologiya ekanligini isbotlash talab qilingan, ya'ni, X ning barcha to'plamostilaridan iborat τ ni (1.1.6.Tarif orqali) dalillab berilish kerakligi so'ralgan.Yodingizda tutungki τ topologiya, shunday qilib u 1.1.1. Ta'rifning (i) (ii) va (iii) shartlarini ham qanoatlantirishi kerak. Shunday ekan, biz Xning barcha to'plamostilarini yozib olish orqali isbotlashdan boshlaymiz.

X to'plamning uchta elementi bor, demak unda 2^3ta to'plamostilari borligi aniq. Ular $S_1 = \emptyset$, $S_2 = \{a\}$, $S_3 = \{b\}$, $S_4 = \{c\}$, $S_5 = \{a, b\}$, $S_6 = \{a, c\}$, $S_7 = \{b, c\}$, va $S_8 = \{a, b, c\} = X$.

Bizdan bu to'plamostilarning har biri τ ga tegishli ekanligini isbotlash talab etilgan. τ topologiya ekanligidan, X va $\emptyset$, τ ga tegishliligi 1.1.1 ta'rif shartlarini qanoatlantiradi, ya'ni $S_1 \in \tau$ va $S_8 \in \tau$.

Bizga misolni shartida $\{a\} \in \tau$, $\{b\} \in \tau$ va $\{c\} \in \tau$ berilganligidan $S_2 \in \tau$, $S_3 \in \tau$ va $S_4 \in \tau$ ekanligi ma'lum. Asosiysi biz $S_5 \in \tau$, $S_6 \in \tau$ va $S_7 \in \tau$ Ekanligini to'liq isbotini ko'rsatib berishimiz kerak. Lekin, $S_5 = \{a, b\} = \{a\} \cup \{b\}$. Bizga berilganidek, $\{a\}$ va $\{b\}$ to'plamlar τ ga tegishli, ularning birlashmasi ham τga tegishli ekanligi 1.1.1 ta'rif (ii) shartini qanoatlantiradi. $S_6 = \{a, c\} = \{a\} \cup \{c\} \in \tau$ va $S_7 = \{b, c\} = \{b\} \cup \{c\} \in \tau$ ligi ham shunga o'xshash isbotlanadi.

Bu maqolaning kirish qismida yoritilgan fikrlarda ta'kidlanganidek, matematika tomoshobinlar sporti emas. Siz faol ishtirokchi bo'lishingiz kerak.

Albatta sizning ishtirokingiz ba'zi mashqlarni bajarishni o'z ichiga oladi. Ammo sizdan bundanda ko'p narsa kutilmoqda. Sizga taqdim etilayotgan materiallar haqida o'ylab ko'rishingiz kerak.

Sizning vazifalaringizdan biri biz isbotlagan natijalarni ko'rib chiqish va shunga doir savol berish, misol uchun, agar biz yuqorida $X = \{a, b, c\}$ va $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$ ochiq to'plamlarning har biri τ ga tegishli ekanligini ko'rsatgan bo'lsak, siz bu umumiy ajoyib holatning biror birini so'rashingiz kerak edi, ya'niki, agar (X, τ) har qanday topologik fazo bo'lsa, τ har bir ochiq to'plamni o'z ichiga olsa, τ albatta diskret topologiya bo'ladimi? Javob 'ha', va bu 1.1.9 izohda isbotlangan.

1.1.9.Izoh. Agar (X, τ) topologik fazoda, har bir $x \epsilon X$ uchun, $\{x\}$ ochiq to'plam τ ga tegishli bo'lsa, unda τ diskret topologiya deyiladi.

Bu 1.1.8 misoldagi umumiy fikrning natijasidir. Shu tariqa, siz dalil o'xshash bo'lishini kutishingiz mumkin. Biroq, biz 1.1.8 misoldagi kabi X ning barcha to'plamostilarini sanab bera olmaysiz, chunki X cheksiz to'plam bo'lishi mumkin. Shunga qaramay, biz X ning har bir to'plamostilari τ da ekanligini isbotlashimiz kerak.

Shu nuqtada siz ba'zi maxsus holatlar uchun natijani isbotlashga sarosimaga tushishingiz mumkin, masalan, X 4, 5 yoki hattoki 100ta elementdan iborat bo'lishi mumkin. Ammo bu yondashuv muvafaqqiyatsizlikka mahkum.

Xulosa.Ushbu maqolada dastlabki sharhlarimizni eslasangiz, unda matematik isbotni puxta o'ylangan fikr sifatida tasvirlangandi. Biz bir nechta ayrim vaziyatlarni ko'rib chiqib, chuqur rejalashtirilgan isbot keltira olmaymiz. Hattoki bir nechta alohida vaziyatlarning katta miqdori bo'lsa ham. Chuqur o'ylangan isbot barcha holatlarni qamrab olishi kerak. Shunday qilib, biz ma'nosiz bo'sh bo'lmagan X to'plamning umumiy holatini ko'rib chiqishimiz kerak. Qanday bo'lmasin biz X to'plamning har bir to'plamostilari τ ga tegishli ekanligini isbotlashimiz kerak. 1.1.8 misolning isbotini yana bir qarab chiqsak, kalavani uchi shu yerda ekanligini ko'ramiz. X ning har bir to'plamostisi X ning yagona to'plamlari birlashmasidir va biz allaqachon bilamiz, barcha ochiq to'plamostilari τ ga tegishli. Bu ham umumiy jihatdan to'g'ri.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1.Topology without tears.Sidney A.Morris. www.topologywithouttears.net

2.Alexander Abian. The teorey of sets and transfinite arifmetics. Saunders.,Philadelphia, 1965

3.https://www.topologywithouttears.net/topbook.pdf